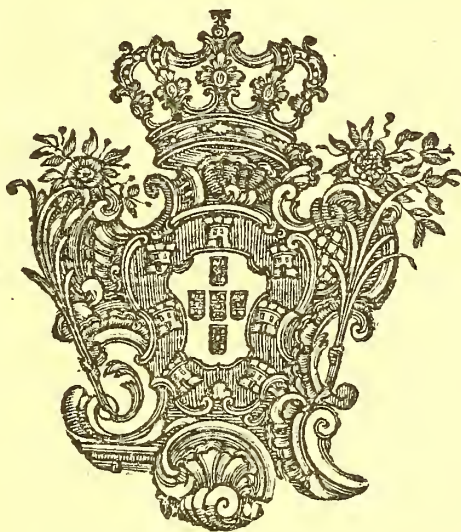
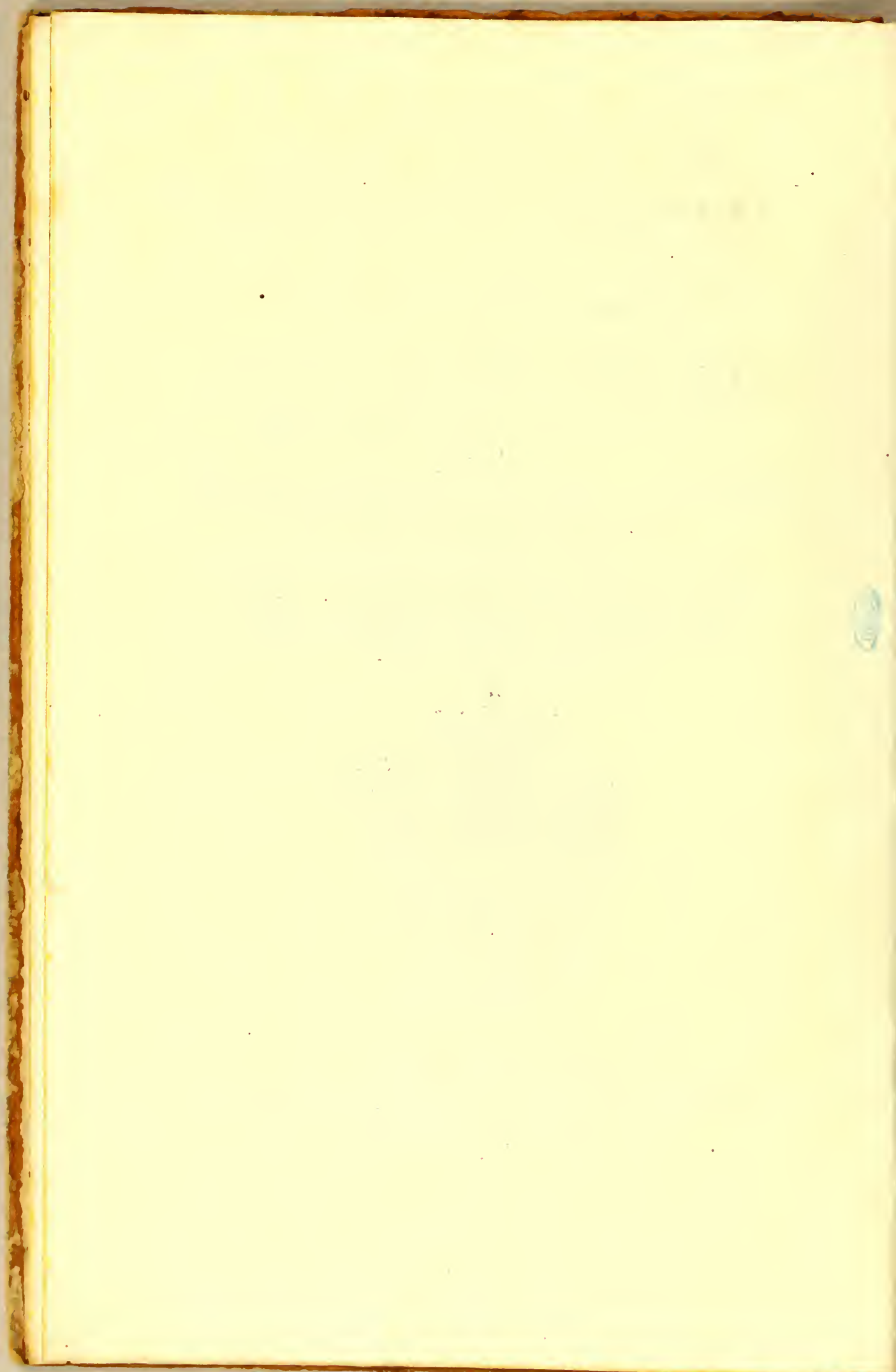
CONSTRUCÇÃO, E ANALYSE
DE
PROPOSIÇÕES GEOMETRICAS,
E
EXPERIENCIAS PRACTICAS,
QUE SERVEM DE FUNDAMENTO
Á
ARCHITECTURA NAVAL.

IMPRESSA POR ORDEM
DE
SUA MAGESTADE

E TRADUZIDA DO INGLEZ

POR ANTONIO PIRES DA SILVA PONTES
Cavalleiro Professo na Ordem de S. Bento de Aviz, Capitaõ de Fragata da Real Armada, e Governador da Capitania do Espirito Santo.

LISBOA,
Na Offic. Patriarcal de JOAÕ PROCOPIO CORREA DA SILVA.
ANNO M. DCC. XCVIII.

MUITO ALTO, E MUITO PODEROSO

SENHOR.

A Bondade Augusta de VOSSA ALTEZA REAL, permitte que cheguem, com acolhimento, aos seus Reaes Pés os mais humildes Vassallos de VOSSA ALTEZA REAL, assim como, as mais diminutas Producções litterarias, que tem por objecto, o adiantamento das Artes, e especialmente, as que tem immediata connexaõ com a Grandeza dos Reinos, e Dominios de VOSSA ALTEZA REAL, quaes saõ as da Marinha, tanto de Guerra, como a Mercante.

O

O presente Tractado de Construcçaõ Naval de George Atwood, traduzido do Inglez, para coadjuvar a Instrucçaõ dos Alumnos da Nova Classe de Engenheiros Constructores, me servio de interina occupaçaõ no serviço de VOSSA ALTEZA REAL, *em quanto naõ tenho a honra de ir exercer a Commissaõ do Governo da Capitania, que* VOSSA ALTEZA REAL *por Sua Grandeza, e Magnanimidade, foi servido confiar-me.*

Aos Pés de VOSSA ALTEZA REAL, *espero humildemente a Graça de beijar a Maõ a* VOSSA ALTEZA REAL, *como*

De VOSSA ALTEZA REAL

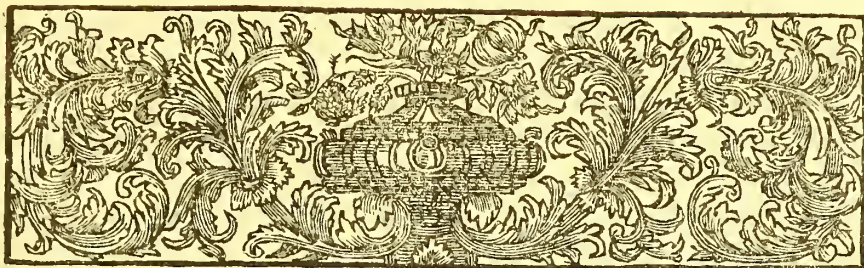
Vassallo o mais obrigado, e fiel criado

Antonio Pires da Silva Pontes Leme.

ADVERTENCIA
PARA A LEITURA DA MEMORIA.

DEvem encontrar-se nesta Memoria alguns termos, que he preciso definir; outros, que já estaõ classicos, e recebidos entre os nossos Constructores; dizemos, com elles, *corpos fluctuantes*, fallando daquelles corpos, cuja gravidade especifica, sendo menor que a do fluido, em que se collocaõ, naõ permitte, que se mergulhem de todo na agua, e vaõ a pique; deste termo nasce o de *fluctuaçaõ*, que tomamos pela acçaõ de se conservar sobre a agua o corpo, que bóya; pelo mesmo principio, na Obra Classica, que existe, traduzida do Francez pelo Decano da Faculdade de Mathematica, e insigne Mestre da Universidade de Coimbra; e, pela linguagem dos Escolares da Faculdade, dizemos *fluctuar* por boyar; e quando se trata do equilibrio, se diz *fluctuar livremente*; *fluctuar em estado de quietaçaõ*; o que parece trazer huma contradicçaõ; mas como se precisaõ distinguir movimentos differentes do *corpo fluctuante*, que elle espontaneamente deve ter; até que se conserve só, com o relativo das ondas, ou do fluido; he tambem necessario dar *termos*, para significar estes differentes estados; assim, quando o corpo, que foi collocado no fluido, naõ o foi na situaçaõ do equilibrio, elle espontaneamente se revolve em differentes sentidos, até que se aquieta com o estado do fluido; ou seja de socego, ou seja de huma agitaçaõ qualquer, que he a mesma, com que permanece o corpo fluctuante; e este ultimo estado, chamaremos ao pé da letra do *Texto*, *fluctuar em estado de quietaçaõ*; ou por abbreviar, com o mesmo Texto, *fluctuar permanente*; *fluctuar em quietaçaõ*; a necessidade faz, que nas Faculdades Scientificas e nas Artes, as palavras percaõ a accepçaõ natural, para tomar huma particular, e individua, aliàs o termo *fluctuar*, em Portuguez, he correspon-

dido por *float* no Inglez, aſſim como *floaating*, he correſpondido por *fluctuaçaõ*, e carecemos de *boyaçaõ*, *nadaçaõ*, e outros termos verbaes na noſſa Lingua, e eſte foi o parecer de peſſoas facultativas, que ſaõ verſadas em huma, e outra linguagem. Talvez pelos cuidados de Sua Alteza Real, e do ſeu Excellentiſſimo Miniſtro da Repartiçaõ, daqui a poucos annos naõ ſeja preciſo dar huma ſatisfaçaõ deſta innovaçaõ de termos, apparecendo muitos eſcritos Nacionaes, que ou os adoptem, ou ſubſtituaõ outros mais convenientes.

CONS-

CONSTRUCÇAÕ, E ANALYSE
DE
PROPOSIÇÕES GEOMETRICAS,

Que determinaõ a posiçaõ *tomada por Corpos Homogeneos, que fluctuaõ livremente, e em repouso, ou estado de quietaçaõ sobre huma superficie fluida; e que tambem servem para determinar a estabilidade dos Navios, e de outros Corpos fluctuantes; lida por seu Author George Atwood, Cavalleiro, e Socio da Real Sociedade de Londres, em* 18 *de Fevereiro de* 1796.

» PAra indagar as posições, que tomaõ os córpos de substan-
» cia homogenea, que fluctuaõ livremente, e em repouso, sobre
» huma superficie fluida, he necessario, previamente formar huma
» justa idéa de todos os principios, de que dependem estas posi-
» ções » e vem a ser.

1.° A proporçaõ da parte mergulhada, com todo o volume do corpo fluctuante, (*) será sempre conhecida, *sendo dada a gravidade especifica* do solido, a respeito da do fluido; porque, he huma lei sabida da Hydrostatica, que a parte mergulhada do solido, he para o volume total, na razaõ destas gravidades especificas.

2.° Póde ser que hum solido se mergulhe, hum sem numero de vezes, por differentes modos, em hum fluido, e tambem que a parte mergulhada inda seja para todo o volume, na razaõ dada das

(*) Sempre se entende homogeneos os córpos, quando senaõ diz o contrario.

das gravidades especificas, e elle nunca ficar *permanente* em *posiçaõ* alguma destas; a razaõ he manifesta.

3.° O corpo fluctuante he impellido para baixo, pelo seu pezo, actuando na direcçaõ da linha vertical, que passa pelo centro de gravidade delle; a pressaõ do fluido, porque o corpo he sustentado, na direcçaõ da linha vertical, actua para cima, e he chamada *usualmente*, linha de esforço, ou de *apoyo*; que passa pelo centro de gravidade da parte mergulhada; e sem que estas duas linhas coincidaõ, de maneira que, os dous centros de gravidade se achem na mesma linha vertical; he evidente, que o solido impellido desta maneira, se revolverá sobre hum eixo, até achar a posiçaõ, em que o equilibrio da fluctuaçaõ seja *permanente*, e fique em quietaçaõ.

Destas observações segue-se que, para determinar as posições, em que hum corpo fluctuante permanecerá em *quietaçaõ* sobre a superficie do fluido, he preciso saber a *gravidade especifica* do corpo fluctuante, a fim de poder fixar á proporçaõ da parte mergulhada com o todo.

2.° He preciso determinar por meios Geometricos, ou Analyticos, em que posições o solido se póde pôr sobre a superficie fluida, de modo que, o centro de gravidade do corpo fluctuante, e o da parte mergulhada, se achem na mesma linha vertical; em quanto huma dada proporçaõ do volume todo, he mergulhada, para baixo da superficie do fluido.

Sendo determinadas estas condições particulares, evidentemente se reduz o estado do Problema a huma questaõ bem simples; mas aquellas condições naõ saõ sufficientes, para que naõ fique *indeterminado*; porque assim he; que está demonstrado, que o corpo fluctuante naõ póde estar em posiçaõ *permanente*, em quanto os dous centros de gravidade, de que fallamos, senaõ achaõ na mesma linha vertical; mas daqui naõ se segue, que todas as vezes que, estes dous centros de gravidade coincidirem na mesma linha vertical, e solido fluctuante, haja de ficar em quietaçaõ nesta *posiçaõ* (1).

Se-

(1) Quando se dá por verdadeira huma proposiçaõ, a sua inversa deve ser verdadeira, ou geralmente, ou com alguma excepçaõ; distinguir os casos, em que

Segundo esta observaçaõ, devem-se assignar as posições, em que o solido estando mergulhado no fluido a huma profundidade, competente á gravidade especifica do fluido; e o centro de gravidade do solido, e o da parte mergulhada achando-se na mesma linha vertical; com tudo, o solido naõ fica *em quietaçaõ*, nestas posições, mas toma outras, em que vem a fluctuar constante, e *permanente*; para fazer isto evidente, basta huma próva muito obvia.

Supponhamos hum cylindro, cuja gravidade especifica he para à do fluido, em que elle fluctûa, como 3 para 4: e seja o eixo do cylindro, ou a sua altura para o diametro da base, como 2 a 1; se este cylindro fôr mergulhado no fluido, no sentido do seu eixo vertical, será mergulhado a huma profundidade, igual a diametro e meio da base; e em quanto este eixo for sustentado, na posiçaõ vertical, por huma força externa, o centro de gravidade do solido, e da parte mergulhada, coincidiraõ na mesma linha vertical; mas o solido naõ continuará a *permanecer* nesta posiçaõ fluctuante, logo que, o apoyo externo for removido; elle cahirá da sua posiçaõ vertical, e ficará fluctuando na posiçaõ horisontal; se o eixo do cylindro for metade, (em lugar de ser duas vezes) o diametro da base; o solido, sendo posto, como o eixo verticalmente, haverá de mergulhar á profundidade de $\frac{3}{8}$ de hum diametro, e permanecerá nesta posiçaõ, fluctuando em *quietaçaõ*.

E no caso do eixo naõ se pôr exactamente coincidindo com a vertical; mas em huma direcçaõ, de qualquer modo inclinada a esta linha; o sólido mudará as suas posições, até que assente em permanecer com o seu eixo perpendicular ao horisonte. O cylindro posto em exame he obrigado, ou a fluctuar *permanecendo*, com o seu eixo na vertical, ou a voltar-se; conforme as differentes proporções entre o comprimento do eixo, e o diametro da base; aliàs hum juizo exacto dos effeitos, que produz a alteraçaõ destas proporções, naõ se póde obter, senaõ por meios Mathematicos (o que se ha de consi-

ella he verdadeira daquelles, em que falha, requer demonstraçaõ separada. *Veja-se Cousin sobre o maximo e minimo*, § 17. *e seg. dos seus Elementos*, *ou das suas Lições de Calculo differencial*, *e integral na I. Parte*, *para esta Nota do Author.*

ſiderar nas folhas que ſeguem) mas para ter huma idéa geral da cauſa de huma differença, taõ notavel nas differentes poſições dos dous cylindros fluctuanctes, baſta dar attençaõ ás alterações, que tem lugar, todas as vezes, que na linha de esforço, que faz o fluido de baixo para cima, ſenaõ acha tambem a vertical do centro de gravidade do corpo fluctuante; por pequeno que ſeja o angulo, que façaõ eſtas duas linhas. Porque, todas as vezes que a linha de *esforço*, que faz o fluido para cima, naõ paſſa pelo centro de gravidade do corpo fluctuante, eſta força deve produzir hum movimento de rotaçaõ á roda do eixo horiſontal, que paſſa pelo centro de gravidade do ſolido (*), e deve cauſar huma elevaçaõ nas partes do ſolido, que ſaõ mais proximas á linha de esforço do fluido, com o eixo de movimento; e por conſequencia mergulhar as partes, que eſtaõ em ſentido contrario, ou mais remotas da propoſta linha de esforço, e do dito eixo de rotaçaõ; admittindo, ou concedendo, com tudo, que o ſolido tem o ſeu centro de gravidade, e o da parte mergulhada, preciſamente na meſma linha vertical, e que huma pequena inclinaçaõ ſe actûa á roda do eixo de movimento, dependerá da poſiçaõ da linha de esforço do fluido, o determinar, ſe, eſta inclinaçaõ deve ſer reſtituida por outra oppoſta, e que torne o ſolido á ſua poſiçaõ vertical, ou ſe ella deve ſer augmentada; e neſſe caſo *revirar-ſe* o ſolido, com o movimento de rotaçaõ. Se a natureza do ſolido fluctuante, *pela ſua figura*, he tal, que faça chegar-ſe a linha de esforço do fluido para as partes, que ſe mergulháraõ; eſta inclinaçaõ ſerá contrapezada por outra em ſentido contrario; porque a linha de esforço do fluido produz hum movimento angular, em ſentido contrario á aquelle, em que o ſolido foi inclinado; mas ſe a *figura do ſolido* he tal, que a linha de esforço do fluido, ſe aviſinha para as partes do ſolido, que foraõ elevadas, por eſta inclinaçaõ; entaõ a força de *preſſaõ* no ſentido contrario, ou como dizemos, a linha de *esforço* do fluido, continuará a augmentar a inclinaçaõ; ou por outros termos fará emborcar-ſe o ſolido, e mudar a ſua poſiçaõ; até que, ſe eſtabeleça em alguma outra, em que o equilibrio das ſuas partes ſeja *permanente*. Deve-ſe pois obſervar que

(*) Veja-ſe Hydrodynamica de Boſſut, traduzida do Francez, n. 168. Compendio da Univerſidade.

que o folido fe conferva fluctuante, em huma *pofiçaõ dada*, fómente, porque, a mais pequena inclinaçaõ defta pofiçaõ, géra huma força, pela qual ella he immediatamente contrabalançada; e o folido fe reftitue á fua pofiçaõ vertical; e por confeguinte, em quanto a inclinaçaõ (por pequena que feja) he contrapezada, naõ póde ter lugar huma deviaçaõ, ou apartamento fenfivel da vertical: Nos cafos de *inftabilidade*, o folido fe emborca, ou revira, inda que feja pofto no fluido, com o centro de gravidade do folido, e o da parte mergulhada na mefma linha vertical; porque, a mais pequena deviaçaõ, ou inclinaçaõ defta pofiçaõ produz força, pela qual fe augmenta efta inclinaçaõ. E porque varias caufas embaraçaõ o poder-fe prevenir, que os centros de gravidade do folido, e da parte mergulhada fe ajuftem na vertical, com huma precifaõ Mathematica; fegue-fe que a mais leve inclinaçaõ a cima referida, deve fubfiftir neceffariamente; e fendo continuamente augmentada, pelo esforço do fluido, fe torna em hum fenfivel movimento de rotaçaõ, pelo qual o folido fe emborca, e tira da fua pofiçaõ vertical.

Em hum, e outro cafo; ou o folido fluctue *permanente*; ou fe emborque voltando; fe elle eftá pofto na fuperficie, de maneira que, o feu centro de gravidade, e o da fua parte mergulhada, fe achem em huma mefma linha vertical, o folido fe diz eftar em huma pofiçaõ de *equilibrio*; e deftas obfervações fe colhe, que ha tres efpecies de *equilibrio*, em que póde eftar fituado o folido, quando os dous centros de gravidade, fe achaõ na mefma linha vertical.

1. O equilibrio de *eftabilidade*, em que o folido fluctua *permanente* em huma pofiçaõ dada.

2. O equilibrio de *inftabilidade*, em que naõ obftante acharfe o centro de gravidade do folido, e o da fua parte mergulhada na mefma vertical, *por fi mefmo* fe volta, e emborca; faltando-lhe huma força externa.

3. A terceira efpecie de equilibrio; fendo efta, hum meio entre os dous primeiros, fe chama equilibrio de *indifferença*, ou equilibrio *infenfivel*; com o qual, o folido defcança no fluido, com *indifferença* para o movimento; fem tendencia para fe endireitar a fi mefmo, quando he inclinado, ou inclinar-fe tambem por fi mefmo

mo, quando eſtá vertical. Eſtas differentes eſpecies de *equilibrio* melhor ſe percebem, recordando-ſe do que diſſemos, do cylindro, poſto na ſuperficie do fluido, com o ſeu eixo vertical; *ſe o eixo he duplo do diametro da baſe, o ſolido ſe volta, por ſer o equilibrio deſta poſiçaõ* o de *inſtabilidade*; mas ſe o comprimento do eixo, em lugar de ſer o duplo, he ſómente a metade do diametro da baſe, *o ſolido fluctúa permanente com o ſeu eixo vertical*; daqui parece evidente, que ha de haver alguma razaõ intermedia, entre o eixo do cylindro, e o diametro da baſe, maior que 1 : para 2 : e menor que 2 : para 1 : a qual correſponderá ao caſo medio, em que acaba a *eſtabilidade*, e começa a *inſtabilidade*: eſte he juſtamente o equilibrio de *indifferença*, ou equilibrio *inſenſivel*.

Quando hum corpo ſolido fluctúa *permanente* na ſuperficie de hum fluido, e ha huma força externa, tendente a deſviallo da ſua poſiçaõ recta, a reſiſtencia oppoſta a eſta inclinaçaõ, ou deviaçaõ, ſe chama *eſtabilidade de fluctuaçaõ.*

He huma experiencia bem vulgar, que alguns corpos fluctuantes, ſaõ mais faceis de ſe inclinar, que outros, ou, como dizem dos navios, mais doces da borda; e tambem alguns, que depois de ſoffrerem a inclinaçaõ, tornaõ á ſua ſituaçaõ horiſontal, com força, e *celeridade* maior que outros; huma differença particularmente obſervada em navios, que vaõ em *conſerva*; alguns dos quaes com o meſmo pano, e meſmo vento, ſe deſviaõ mais da perpendicular, que outros, com maior, ou menor inclinaçaõ, cauſada por igual impulſo. Mas como a propriedade de oppor *reſiſtencia* ao dar a borda, nos navios; (inda quando naõ he exceſſiva eſta qualidade) ſe julgou de conſequencia importante, na conſtrucçaõ naval; alguns, dos mais illuſtres Geometras, ſe applicáraõ a achar regras para a eſtabilidade dos navios, *dado o ſeu pezo, e dimensões, ſómente*; independente das experiencias. Deve-ſe tambem ſaber que, os theoremas dados ſobre eſte aſſumpto, nas Obras de Mrs. Bouguer (1) Euler (2), e Frederico Chapman (3), e outros Authores, para

(1) Bouguer Liv. I. Secç. III. Cap. IV.

(2) Euler Theorie complette de la Conſtruction & Maneuvre des Vaiſſeaux Chap. IV. V.

(3) Traité de la Conſtruction des Vaiſſeaux por Fred. Chapman.

ra determinar a *estabilidade* dos navios, saõ fundados na hypothese, de que as inclinações destas posições *permanentes*, e *estaveis*, saõ *infinitamente pequenas*, ou quantidades *desvanecentes*; ou no sentido prático muito pequenas; mas como se sabe que os navios inclinaõ debaixo dos angulos de 10.°, 20.°, ou tambem 30.°; nasce naturalmente huma dúvida, de como pódem ter lugar as regras dadas debaixo da condiçaõ, de que os angulos de inclinaçaõ, se reputaõ quantidades desvanecentes (*), quando se vê que as inclinações saõ taõ grandes? Para pôr esta materia em toda a sua luz, ponhamos hum exemplo. Supponhamos dous navios, que sejaõ do mesmo pezo, e dimensões, excepto que os lados de hum destes vasos, tenhaõ maior chaõ de caverna, que os do outro, começando estes desde a linha d'agua para baixo. Conforme os Theoremas de Bouguer, e outros Authores, a Estabilidade deve ser a mesma em ambos os navios; o que de facto he verdade, supponndo que as suas inclinações com a perpendicular, saõ muito pequenas; mas quando o navio adorna com hum angulo de 15.°, ou 20.°, as estabilidades dos dous navios devem sêr muito differentes. Do mesmo modo, supponndo, que a estabilidade do navio *A*, he maior que a do navio *B*, quando os angulos de inclinaçaõ forem muito pequenos; póde succeder em casos, faceis de imaginar, que o navio *B*, venha a ter maior estabilidade que o navio *A*, quando ambos os navios se inclinarem debaixo de hum angulo consideravel.

Concedendo pois, que a Theoria da Statica, se póde applicar com algum proveito á prática da Architectura Naval, parece necessario, que as regras para determinar a estabilidade dos vasos, se deveraõ extender aos casos, em que os angulos de inclinaçaõ se considerem de huma grandeza comparavel, á que se observa na prática da navegaçaõ.

Quando hum solido he collocado na superficie de hum fluido, mais leve, a huma profundidade, *correspondente* ás suas gravidades relativas, elle naõ póde mudar a sua posiçaõ pela acçaõ do seu pezo, e do *esforço vertical* do fluido, senaõ rotando sobre algum eixo horisontal, que passe pelo centro de gravidade do corpo fluctuan-

 te;

(*) Veja-se Carnot, Reflexões sobre a Methaphysica do calculo infinitisimal, traduzido do Francez por Ordem de Sua Alteza Real, pag. 31. § 41. 42.

te; em huma direcçaō, parallela ao Horifonte. Varios eixos pódem paffar pelo centro de gravidade dos córpos fluctuantes, no fentido horifontal. Mas porque o movimento do folido, a refpeito de hum eixo fómente, póde fer affumpto da mefma queftaō, (falvo nos cafos extremos, que fenaō confideraō nefte lugar) e a figura do corpo fluctuante, e o particular objecto da indagaçaō, affim o requeiraō. Convem determinar a qual deftes eixos fe refere o movimento do folido, quando elle muda a fua pofiçaō: Supponhamos hum parallelepipedo de madeira, com os feus angulos em efquadria (*), a gravidade efpecifica, do qual feja para a da agua como 1 : a 2 : e que fe haja de collocar, com huma das fuas faces planas, parallelas ao horifonte fobre a fuperficie d'agua; (confiderando-fe muito maior o comprimento que a largura delle) naō terá lugar o movimento de rotaçaō a refpeito do eixo tranfverfal (**), pelo qual as extremidades do taco, ou foliva de madeira fe levantem, ou mergulhem no fluido; mas o dito folido, deixado a fi nefta experiencia, fe voltará efpontaneamente á roda do eixo mais comprido, mudando as fuas pofições, até que defcance com hum angulo para cima, digo huma arefta, ou quina para cima.

Do mefmo modo, fe efte folido fe puzer horifontalmente, e no fluido com huma arefta para o alto; elle naō mudará efpontaneamente a fua pofiçaō; mas fe hum dos extremos do taco de madeira fe forçar a erguer-fe, e a outra ponta, ou extremo fe mergulhar inclinando o eixo maior para baixo do horifonte, logo que a força externa o deixar livre, o taco fe começará a revolver no fentido tranfverfal do eixo horifontal, que paffa pelo centro de gravidade, e perpendicular ao eixo maior; até que defcance em tal pofiçaō, que fique horifontal o dito eixo maior. Eftas faō as experiencias, em que a figura do corpo, e a particular natureza do cafo determinaō o eixo, ao redor do qual, o folido fe revolve, em quanto elle muda a fua fituaçaō na fuperficie do fluido; efte eixo he chamado, por caufa de o diftinguir, eixo de movimento.

Tendo-fe determinado o eixo de movimento, ao redor do qual o

(*) Entende-fe hum parallelepipedo rectangulo.

(**) Entende-fe o eixo menor por tranfverfal, á roda do qual naō haverá movimento de rotaçaō, mas apenas ofcillaçaō.

o ſolido ſe revolve, em quanto muda de ſituaçaõ; e ſendo conhecida a gravidade eſpecifica; parece pelas obſervações antecedentes, que ſe viráõ a achar as poſições da fluctuaçaõ *permanente*; 1.° por ter achado algumas poſições do equilibrio, por onde o ſolido ſe concebe paſſar, durante as ſuas oſcillações á roda do eixo de movimento; 2.° por determinar, em quaes deſtas poſições o equilibrio he *permanente*; e em quaes dellas elle he momentaneo, e *inſtavel*.

Continuando a indagar os principios, que ſaõ o objecto da preſente queſtaõ, ſerá conveniente, no primeiro caſo, ſuppor o corpo fluctuante, hum ſolido homogeneo de figura regular ſymetrica; e uniforme nas ſuas dimensões, a reſpeito do eixo de movimento, que paſſa por meio delle. Se imaginarmos, que hum tal ſolido he cortado por planos verticaes, na direcçaõ perpendicular ao eixo de movimento, as ſecções deſtes planos com o ſolido, ſeraõ áreas preciſamente iguaes, e ſemelhantes.

Seja na Fig. I. o plano $EDHF$, que repreſente a ſecçaõ vertical de hum tal ſolido, que paſſe pelo centro de gravidade G, na direcçaõ perpendicular ao eixo de movimento: o ſolido fluctûe ſobre a ſuperficie do fluido $IABL$; por tanto $ADHB$ repreſenta a parte mergulhada para baixo da ſuperficie do fluido; O he o centro de gravidade da parte mergulhada, e a linha GOC ſe conſidere perpendicular á linha horiſontal AB. Nós podemos agora ſuppor, que eſte ſolido ſe inclina á roda do eixo de movimento, deſviando-ſe da ſua primeira poſiçaõ, pelo angulo KGS (1) (Fig. II.), de maneira que

(1) » Quando eſta inclinaçaõ tem lugar, o centro de gravidade G, pelo qual paſſa o eixo de movimento, naõ he de neceſſidade fixo; mas evidentemente deve mudar em muitos caſos; porque o volume total mergulhado antes da inclinaçaõ, he ſempre igual áquelle, que he mergulhado depois da inclinaçaõ; e por eſte motivo deve ſucceder huma ſemelhante mudança do centro de gravidade: o movimento porém do eixo, e do ponto G, he totalmente independente do raciocinio que fazemos, tanto neſta, como nas ſeguintes inveſtigações, e conſtrucções; o objecto das quaes, he determinar o movimento angular á roda do dito eixo, e outras conſequencias differentes, ſem connexaõ com o movimento meſmo do eixo. Preferimos metter aqui eſta nota ao concertar huma conſtrucçaõ, para exprimir a alteraçaõ que póde haver na poſiçaõ do eixo, a qual teria ſó o effeito de embaraçar a conſtrucçaõ com linhas, ſem proveito para o eſſencial das idéas. »

que a linha KC, que antes era vertical, agora se transfira á posiçaõ SL, que he inclinada á linha vertical KC, com o angulo KGS: e do mesmo modo a linha AB, que antes era horisontal, se transfira a coincidir com a linha IN; inclinando-se pelo angulo NXP, que he igual a KGS: e conseguintemente. O espaço todo $ADHB$ se transferio, de maneira, que veio a coincidir com o espaço $IRMN$; e o volume mergulhado, he $WRMNP$; se na linha SL, se toma GE igual a GO, he evidente que em consequencia da inclinaçaõ, o ponto O, que he o centro de gravidade do espaço $ADHB$, será transferido ao ponto E, o qual he o centro de gravidade de igual espaço $IRMN$, e o *esforço* do fluido haverá de actuar sobre o solido, na direcçaõ de huma linha vertical, que passe pelo ponto E, se o espaço $IRMN$ for o volume mergulhado; mas em consequencia da inclinaçaõ do solido pelo angulo KGS, o volume NXP, que antes estava a cima da superficie do fluido, agora será mergulhado para baixo della; e o volume IWX, que antes estava por baixo da superficie, será elevado para cima delle. He evidente que em ambos estes casos, ou seja pela addiçaõ do volume NXP, ou pela subtracçaõ do volume IWX, o centro de gravidade E do espaço $IRMN$ será transferido para a banda das partes do solido mais mergulhadas dentro do fluido, em consequencia da inclinaçaõ.

Supponhamos o centro de gravidade do volume mergulhado $WMRP$, estar situado no ponto Q: por Q passe QS parallela a GO; pelo ponto E tire-se EY, perpendicular a SQ, e pelo ponto G, tire-se zGZ perpendicular a SQ. Entaõ, porque o ponto Q he o centro de gravidade da parte mergulhada; o esforço do fluido deve actuar-se na direcçaõ da linha vertical QS, com huma força igual ao pezo do corpo; e pelos principios de mechanica, deve produzir o effeito, de fazer girar o corpo ao redor do seu eixo, do mesmo modo que, se fosse applicada immediatamente no ponto Z, actuando na direcçaõ QS. Donde se colhe, que o effeito do esforço do fluido, obrando na linha vertical, que passa pelo centro de gravidade Q, naõ depende da absoluta posiçaõ deste ponto, mas da distancia perpendicular GZ, entre as duas linhas verticaes GO, e SQ, sómente; havendo de indagar, por construcçaõ geometrica, algumas das posições, que os corpos tomaõ sobre a superficie de hum fluido, e a sua estabilidade de fluctuaçaõ, naõ será necessario deter-

terminar a absoluta posiçaõ do ponto Q, ou o centro de gravidade da parte mergulhada; sendo sufficientes para obter todos os resultados, que se requerem, a distancia perpendicular GZ, entre as duas linhas verticaes, que passaõ pelos centros de gravidade do solido, e da parte mergulhada.

A parte mergulhada, antes da inclinaçaõ do solido se effeituar he $ADHB$; e quando o solido se inclina pelo angulo KGS, a parte mergulhada he $WRMP$, que he o volume $IRMN$, diminuido pelo espaço IWR, e augmentado pelo espaço NXP. Mas porque o volume mergulhado dentro do fluido, deve ser da mesma grandeza, sempre; porque o pezo do solido naõ se altera pela inclinaçaõ; segue-se que, quando de huma parte do solido se augmenta a quantidade mergulhada para baixo da superficie do fluido; da outra se levanta igual parte para cima da mesma superficie; por conseguinte seja qual for a posiçaõ do ponto de intersecçaõ X, o volume IXW, deve ser igual ao volume PXN. Supponhamos, que a he o centro de gravidade do espaço IXW, e que d seja o centro de gravidade do espaço NXP; entaõ a parte mergulhada $WRMP$, he igual ao espaço IWX, considerando-o, como todo concentrado no ponto a, e augmentado de outro espaço igual NXP, concentrado no ponto d. Conseguintemente o centro de gravidade Q do espaço $WRMP$ virá a estar à huma semelhante distancia do ponto E, centro de gravidade do espaço $IRMN$, que corresponde á alteraçaõ motivada da subtracçaõ do volume IWX, concentrado em a, do outro concentrado em d.

Estes saõ os *dados*, pelos quaes se ha de determinar a distancia GZ, das duas linhas verticaes KO, SQ, que passaõ pelos centros de gravidade G, e O, na maneira seguinte; pelos centros de gravidade a e b tirai as linhas ab, dc perpendiculares á linha horisontal AB, pelo ponto E, tirai a linha indefinida EY, parallela a AB, e nesta linha EY, tomai huma parte ET, tal, que ET seja para a linha bc, assim como o volume IWX, ou o seu igual NXP, he para todo o volume mergulhado $WRMP$, ou $ADHB$; pelo ponto T, achado deste modo, tirai a linha FTS, parallela á linha vertical GO. O centro de gravidade Q da parte mergulhada, se achará em algum ponto da linha FS; e porque ER, he para EG, como o seno do angulo dado de inclinaçaõ, he para o rayo a li-

nha $GO = EG$ devendo ſuppor-ſe dada; a linha ER, ſerá conhecida, e tirando-a de ET, que ſe achou primeiro, o reſto RT, ou GZ ſerá a diſtancia perpendicular entre as duas linhas verticaes, que he o que ſe queria determinar pela conſtrucçaõ Geometrica.

A demonſtraçaõ deſta conſtrucçaõ, ſe funda em hum principio elementar de Mechanica, que vem a ſer. *O centro de gravidade de hum ſyſtema de corpos*, (conſiderados elles como pontos pezados, ou centros de gravidade) *ſendo dado de poſiçaõ*; *ſe hum dos corpos ſe mover do ſeu lugar, em qualquer direcçaõ dada, o movimento correſpondente do centro de gravidade commum, ſerá para o movimento do dito corpo*, (contado na meſma direcçaõ) *aſſim como o pezo do corpo, que ſe moveo, he para o pezo do ſyſtema todo.* .... Appliquemos a propoſiçaõ. O volume $IRMN$ (Fig. II.) deve-ſe conſiderar como hum ſyſtema de córpos, cujo centro commum de gravidade he E. Hum dos córpos, que compoem eſte ſyſtema, v.g. o volume TWX, concentrado no ponto a ſe transfere em conſequencia da inclinaçaõ do ſolido, pelo angulo SGK, do ponto a para o ponto d, no qual o volume igual NXP, eſtá concentrado; eſte terá o effeito de dar movimento ao centro commum de gravidade do ſyſtema E. Mas he preciſo achar o quanto mudou a poſiçaõ do centro commum de gravidade do ſyſtema, na direcçaõ EY, parallela a AB; que he a direcçaõ ſuppoſta ſer dada na propoſiçaõ. O movimento do centro de gravidade a, de a para d, ſuppoſto na direcçaõ horiſontal, he bc: Logo, (ſegundo a propoſiçaõ de Mechanica), aſſim como o volume $WRMP$, ou $ADHB$, he para o volume IWX, ou NXP; aſſim he a linha bc para ET, movimento correſpondente do centro de gravidade E, contado na direcçaõ horiſontal; conſeguintemente ſe huma linha FTS ſe tira pelo ponto T, parallela á linha vertical GO, o centro de gravidade da parte mergulhada Q, deve eſtar ſituado em algum ponto da linha FTS: tirando de ET a linha ER, (que he o ſeno do angulo dado de inclinaçaõ EGO, quando EO he o rayo) o reſto ſerá a linha RT, ou GZ, que vem a ſer a diſtancia entre as linhas verticaes GO, SZT, que paſſaõ pelos centros de gravidade G, e Q como pela conſtrucçaõ ſe determinou:

Seja o volume todo da parte mergulhada repreſentado por V; ſe-

ſeja NXP aquelle eſpaço, ou volume, que ſe mergulha, ſó por effeito da inclinaçaõ, repreſentado por A; ſeja $GO = d$, e o ſeno da inclinaçaõ $KGS = s$; (contando o rayo como I) de mais ſeja $bc = b$, logo pela propoſiçaõ fundamental temos $b:ET::V:A$, donde ſe acha $ET = \frac{b \times A}{V}$; e porque temos $ER:EG$, ou ſeu igual $:GO::S:I$, teremos $ER = ds$;

$$\text{donde } RT = ET - ER = \frac{bA}{V} - ds = GZ;$$

Eſte reſultado ſuppoem, que a figura do ſolido fluctuante, he ſymetrica, e uniforme a reſpeito do eixo de movimento; ſe o ſolido for de huma figura irregular, a conſtrucçaõ, e demonſtraçaõ ſerá preciſamente a meſma, que no caſo precedente; tendo attençaõ pelas condições particulares. O volume, ou eſpaço mergulhado, em conſequencia da inclinaçaõ, naõ ſerá já repreſentado pela área NXP, mas pela conveniente á ſua particular ſolidez, e dimensões do proprio volume; e demais os centros de gravidade dos volumes PXN, IXW, naõ correſponderáõ agora com os centros de gravidade das áreas PXN, IXW; mas ſe devem achar pelas regras ſabidas; ou pelos methodos de aproximaçaõ, pelos quaes a poſiçaõ do centro de gravidade (*), he determinado nos corpos ſolidos.

O angulo de inclinaçaõ KGS he dado pela ſuppoſiçaõ, e o ſolido conſtando dos volumes iguaes, denotados por IXW, NXP, com a diſtancia bc dos centros de gravidade a, e d, contados na direcçaõ da linha horiſontal AB, tendo ſido tambem determinados, faça-ſe o volume $NXP = A$; e $bc = b$; as outras quantidades, conſervando a ſua ſignificaçaõ como antes; a diſtancia perpendicular $GZ = \frac{bA}{V} - ds$, ſerá conhecida. Deve-ſe obſervar que eſta propoſiçaõ, em geral, he applicavel, tanto aos ſolidos heterogeneos, como aos homogeneos.

Por eſta propoſiçaõ ſe determina a *eſtabilidade dos navios*, e de-

(*) Vejaõ-ſe os Artigos, ou Numeros de 137, até 151 do Compendio do Abbade Maria, e o methodo célebre de Clairaut, que naõ deixaõ nada a deſejar.

de outros corpos fluctuantes, sobre a superficie de hum fluido, e com qualquer angulo de inclinaçaõ, sobre a posiçaõ dada do equilibrio. Para ter a medida da *estabilidade*, ella he precisamente *huma força igual á pressaõ do fluido*; que he igual ao pezo do vaso (*) applicado perpendicularmente á distancia GZ do eixo de movimento: para inclinar o solido á roda deste eixo.

Da mesma proposiçaõ, se devem deduzir as differentes posições, que tomaõ os corpos, fluctuando livremente sobre a superficie de hum fluido; em alguns casos por construcçaõ Geometrica; em outros pela Analyse; aliàs he facil de observar, que para determinar as differentes posições, em que o corpo fluctuará *permanente*, sobre a superficie fluida, se deve saber de antes a razaõ das gravidades especificas, a fim de fixar á proporçaõ da parte mergulhada com o todo; em segundo lugar todas as posições, em que o solido fica em *quietaçaõ*, sobre a superficie do fluido, tendo o centro de gravidade do solido, e da parte mergulhada na mesma linha vertical, se devem tambem determinar (**). A expressaõ geral para a linha RT (Fig. II.), ou GZ, he $GZ = \frac{bA}{V} - ds$; e fazendo a quantidade $\frac{bA}{V} - ds = 0$, teremos huma equaçaõ, da qual se póde tirar hum, ou mais valores de $s =$ ao seno do angulo, porque o solido se inclinou da posiçaõ do equilibrio, quando a linha $GZ = 0$; o que succede quando os dous centros de gravidade G e Q, saõ segunda vez situados na mesma vertical; ou por outros termos, quando o solido se acha outra vez em huma posiçaõ de equilibrio.

Por este modo de proceder, todas as posições de equilibrio se pódem determinar; e sómente resta o conhecer, em qual destas posições o equilibrio he permanente; e em qual dellas he momentaneo, e *instavel*.

Esta circumstancia dependerá das especies de equilibrio, em que

(*) O pezo do vaso, comprehende o pezo do navio, e da carga, e lastro.

(**) He necessario ter sempre em vista o objecto do Author, que he determinar as tranzições, que faz o corpo fluctuante de hum estado de equilibrio para outro.

que o ſolido he originariamente collocado, antes da inclinaçaõ; que por cauſa de maior clareza, em quanto ſe notaõ os principios da *eſtabilidade*, ſe devem ſuppor conhecidos; quando aliàs as regras para diſcutir eſte ponto, naõ tem inda ſido conſideradas; mas ſe haõ de demoſtrar nas paginas, que ſeguem immediatamente. Tomando pois como conhecidas as eſpecies de equilibrio, em que o ſolido foi collocado originariamente na ſuperficie do fluido, he preciſo, que eſte equilibrio ſe ſupponha *permanente*, ou equilibrio de *eſtabilidade*; e convem que o ſolido ſe conceba inclinado á roda do eixo do movimento, debaixo de hum angulo dado A, até que elle ſeja, ſegunda vez, ſituado em huma poſiçaõ de equilibrio; no qual caſo tornaráõ a eſtar na meſma linha vertical o centro de gravidade do corpo, e o da parte mergulhada. Porquè durante eſta inclinaçaõ, o esforço vertical do fluido obra com huma acçaõ proporcional á linha RT, ou GZ, (Fig. II.) para diminuir a diſtancia angular da *poſiçaõ original do equilibrio*; ſegue-ſe, que a meſma força deve actuar no ſolido de modo, que augmente a inclinaçaõ, ou diſtancia angular da ſegunda poſiçaõ de equilibrio, em que o ſolido ſe eſtabeleceo *permanente*, depois que ſe inclinou por hum angulo inteiro A, ou huma parte do dito angulo, deſviando-o da ſua *originaria ſituaçaõ*; das quaes obſervações ſegue-ſe que, a ſegunda poſiçaõ do equilibrio foi a de *inſtabilidade* (*), e diſcorrendo do meſmo modo, ſe demonſtra que ſe a originaria, ou primitiva poſiçaõ de equilibrio foi o de *inſtabilidade*, logo que o ſolido, revolvendo ſe ao redor do ſeu eixo horizontal, ſe collocar em huma ſegunda *poſiçaõ de equilibrio*, e houver de permanecer nella; eſte, he o de *eſtabilidade*, neſta ſegunda poſiçaõ. E em geral, quando o ſolido fluctuante ſe volta á roda do ſeu eixo horiſontal, e paſſa por differentes poſições de equilibrio, as de eſtabilidade, e inſtabilidade ſaõ alterna-

F das

(*) Colhe-ſe das obſervações, (pag. 4, e 6) que quando o ſolido fluctùa em poſiçaõ de permanente equilibrio, e he deſviado deſta poſiçaõ por hum pequeno angulo a acçaõ do esforço do fluido, obriga o ſolido a revolver-ſe ao redor do ſeu eixo, em huma direcçaõ contraria á inclinaçaõ: e ſe o equilibrio he o inſtavel, a meſma força da preſſaõ vertical do fluido, augmenta a inclinaçaõ; eſte ultimo caſo, correſponde ao de equilibrio, obtido depois que o ſolido voltou pela quantidade do angulo A todo inteiro.

das; naõ ſeguindo immediatamente qualquer das eſpecies de equilibrio, outra da ſua meſma eſpecie.

A fim porém de achar a poſiçaõ, que o ſolido deve tomar, depois que foi deſviado de huma ſituaçaõ de equilibrio *inſtavel*, he ſómente preciſo conhecer o angulo de inclinaçaõ, pelo qual o ſolido ſe ha de voltar ſobre o ſeu eixo horizontal, affaſtando-ſe da ſituaçaõ dada; de maneira que, a diſtancia GZ (Fig. II.) entre as duas linhas verticaes, que paſſaõ pelo centro de gravidade do ſolido, e o centro de gravidade da parte mergulhada, ſeja huma quantidade *deſvanecente*, ou igual a nada. He neceſſario em ultimo lugar determinar; ſe a poſiçaõ originaria, dada, de equilibrio, he a da eſtabilidade, ou inſtabilidade. Eſte ponto ſe deve avaliar, recorrendo ao valor geral, que ſe achou para exprimir a diſtancia entre as duas linhas verticaes GO, ST, (Fig. II.); ou $GZ = \frac{Ab}{V} - ds$. Tome-ſe na linha ER hum ponto t, e por t tire-ſe qtz, parallela a GO. Em quanto o comprimento de $\frac{bA}{V} = ET$ he maior que $ds = ER$, o ponto Z, e a linha de esforço QZ, cahíraõ entre o eixo, e as partes do ſolido, que ſaõ mergulhadas, por effeito da inclinaçaõ; em conſequencia do que haverá o equilibrio da *eſtabilidade*; e toda a vez que $\frac{bA}{V} = ET$, he maior que $ds = ER$, o ponto q, e a linha de esforço qz cahiraõ no lado oppoſto do eixo, cauſando entaõ, hum equilibrio de *inſtabilidade* (*). A equaçaõ de que a cima fallamos $GZ = \frac{bA}{V} - ds$, ſendo applicada aos caſos particulares, haverá ſempre de determinar qual dos dous equilibrios tem lugar; ſe o *permanente*, ou ſe unicamente o momentaneo, e *inſtavel*. Tendo attençaõ a tomar como quantidade deſvanecente o valor de s, ou o ſeno de inclinaçaõ da poſiçaõ dada, de equilibrio; porque o ſolido, *huma de duas*, ou deve continuar na fluctuaçaõ *permanente*, ou ſe deve voltar, ſegundo as circunſtancias, que lhe aſſiſtem, quando elle he deſviado da ſua primeira poſiçaõ de equilibrio

brio

(*) Pag. 6.

brio, por effeito do mais pequeno angulo. A applicaçaõ da condiçaõ ennunciada, deve fazer que a expreſſaõ geral tome a fórma propria para o caſo particular, que em ultimo lugar ſe deve attender.

E uſando ainda da (Fig. II.), *ADHB* repreſente a Secçaõ vertical de hum corpo fluctuante, a qual paſſe na direcçaõ perpendicular ao eixo de movimento; ſupponhamos outra Secçaõ, parallela a eſta, e muito proxima della; eſtes dous planos comprehenderáõ huma pequena porçaõ de ſolido entre ſi; e porque, conforme as condiçóes do caſo, a inclinaçaõ *KGS*, ou *NXB* he quantidade deſvanecente, o ſeno deſte angulo (que foi deſignado pela letra s) deverá tambem tornar-ſe quantidade deſvanecente; e porque o eſpaço, ou volume, mergulhado, em conſequencia da inclinaçaõ, que he *NXP*, he igual ao volume elevado ſobre a ſuperficie *IXW*, e os angulos *NXP*, *IXW* ſaõ verticaes; o ponto de interſecçaõ das linhas *IN*, e *AB*, que he o ponto *X*, divide em duas partes iguaes a linha *AB*, e os pontos *P*, *B*, e *N* coincidíraõ. Por eſte calculo a área deſvanecente *NXP* ſerá $= \frac{\overline{XB}^2 \times s}{2} = \frac{\overline{AB}^2 \times s}{8}$; e ſe introduzimos z para repreſentar huma linha, que paſſe pelo meio do ſolido, de livel com a ſuperficie do fluido, e parallela ao ſeu eixo horiſontal maior, à porçaõ deſvanecente do ſolido interceptado, pelos dous planos adjacentes, ſerá $\frac{\overline{AB}^2 \times s}{8} \times \dot{z}$: a diſtancia perpendicular do centro de gravidade deſte ſolido deſvanecente ao ponto, *X* he $\frac{1}{3}$ *AB*; mas ſe no preſente caſo ſe procura aſſignar, a que *diſtancia* da linha horizontal, que paſſe pelo ponto *X*, ſe acha o centro de gravidade do volume inteiro, mergulhado por effeito da inclinaçaõ? e que he o centro commum de gravidade de todos os ſolidos deſvanecentes $\frac{\overline{AB}^2}{8} \times s\dot{z}$, e correſpondentes ao comprimento total z. Eſta *diſtancia* ſe deve obter pelas regras ſabidas da Mechanica, que he „ multiplicando os elementos deſvanecentes deſte ſolido, con-

„ ſi-

„ ſiderados como concentrados no centro de gravidade delles, pe-
„ la diſtancia deſte centro á linha dada, e dividindo a ſomma dos
„ productos pela ſomma das maſſas; „ o reſultado ſerá a diſtancia do centro commum de gravidade, á linha horizontal, que paſſa pelo ponto X, parallela ao eixo; e porque o ſolido deſvanecente que pertence ao differencial, ou fluxaõ $\dot{z}$ he $\frac{\overline{AB}^2 \times s \times \dot{z}}{8}$, e a diſtancia do ſeu centro de gravidade ao ponto $X = \frac{2XB}{3}$, ou $\frac{AB}{3}$, o producto da multiplicaçaõ do ſolido, pela diſtancia do ſeu centro de gravidade á linha horiſontal, dada, que paſſa pelo ponto X ſerá *fluente* de $\frac{\overline{AB}^3 \times s \times \dot{z}}{24}$, e a ſomma de todos eſtes productos correſpondente ao comprimento total da linha z ſerá *fluente* de $\frac{\overline{AB}^3 \times s \times \dot{z}}{24}$.; (*) e aſſim como a diſtancia do centro commum de gravidade do volume mergulhado á linha horiſontal, que paſſa pelo ponto X, he *fluente* de $\frac{\overline{AB}^3 \times s \times \dot{z}}{24A}$; do meſmo modo a diſtancia do centro commum de gravidade do volume elevado ſobre a ſuperficie, pela inclinaçaõ do plano dado, ſe moſtra ſer *fluente* de

AB

(*) Na Eſcola Ingleza, ou Newtoniana ſe dá o nome de fluxaõ, ao que na do Continente, ou de Leibnitz ſe chama *differencial*, e ſe chama calculo das fluxões, o que eſtes chamaõ calculo differencial; da meſma ſórte os Inglezes chamaõ fluente, a quantidade, que os outros chamaõ *integral*, e o que aquelles chamaõ calculo das fluentes, eſtes chamaõ calculo integral; aſſim variaõ tambem na caracteriſtica, porque Newton, para moſtrar que a variavel admitte aquelles augmentos, ou diminuições, eſcreve-lhe hum ponto em cima, do modo ſeguinte ($\dot{x}$), e para notar ſegunda differença dous pontos, para terceira tres pontos, v.g. $\dot{x}$, $\ddot{x}$, $\dddot{x}$, e para dizerem integral em lugar do S, ou Σ, de que uſaõ os do continente, para ſignificar ſomma, elles eſcrevem *Fluent*; no fundo naõ tem differença os reſultados, inda que na Methaphyſica do calculo tenhaõ ſido célebres os litigios, e por iſſo guardaremos as meſmas expreſſões do original, ſatisfazendo com eſta Nota.

$\frac{\overline{AB}^{3} \times s \times \dot{z}}{24A}$; e conſeguintemente a diſtancia entre os dous centros de gravidade contada na linha horizontal, ou bc (Fig. II.) $=$ $\frac{\textit{fluente de } \overline{AB}^{3} \times s \times \dot{z}}{12A}$: eſte valor ſendo ſubſtituido por b na equaçaõ acima $GZ = \frac{bA}{V} - ds$, obteremos o reſultado ſeguinte,

$GZ = \frac{\textit{fluente } \overline{AB}^{3} \times s \times \dot{z}}{12V} - ds$, que he huma expreſſaõ para determinar, em geral, ſe o ſolido, quando he collocado ſobre o fluido, em huma poſiçaõ conhecida, fluctuará em *permanencia*, ou ſe voltará, fazendo o ſeno do angulo de inclinaçaõ, ou $s =$ a huma quantidade deſvanecente; porque, quando $\frac{\textit{fluente de } \overline{AB}^{3} \times s \times \dot{z}}{12V}$ he maior que ds, e a linha de esforço, que paſſa pelo ponto z eſtiver da parte oppoſta do eixo; e conforme á determinaçaõ precedente (pag. 4.); o ſolido neſte caſo ſe voltará.

Pois que quando a *fluente* de $\frac{\overline{AB}^{3} s \dot{z}}{12V}$ (Fig. II.), he maior que ds, o ſolido fluctûa permanente; e quando ds he maior que $\frac{\textit{fluente de } \overline{AB}^{3} s \dot{z}}{12V}$, entaõ o equilibrio he o de *inſtabilidade*; ſegue-ſe que quando $\frac{\textit{fluente de } \overline{AB}^{3} s \dot{z}}{12V} = ds$, [pela reſoluçaõ da equaçaõ $\frac{\textit{fluente de } \overline{AB}^{3}}{12V} = d$,] ſe obteraõ, hum ou mais limites, (dependentes das dimensões, e da gravidade eſpecifica do ſolido) (*) para por meio delles, ſeparar os caſos, em que o ſolido fluctûa com *eſtabilidade*, dos outros em que o equilibrio he *momentaneo*,

G e

(*) Depende das dimensões o número das raizes. *Veja-ſe Bezout Theorie des Equations.*

e *inſtavel*. Os limites aſſim achados, evidentemente correſpondem ás eſpecies do equilibrio, que ſe denominou *inſenſivel*, ou equilibrio de *indifferença*.

Quando o corpo fluctuante he de figura, e dimensões uniformes, e ſymetricas a reſpeito do eixo de movimento, a expreſſaõ achada para determinar a eſtabilidade, ou inſtabilidade de fluctuaçaõ, naõ involverá quantidades algumas fluxionaes; porque neſte caſo todas as ſecções verticaes, que paſſaõ pelo ſolido em direcçaõ perpendicular ao eixo, ſaõ iguaes, e conſeguintemente, as porções deſtas ſecções mergulhadas no fluido ſaõ iguaes; ſe quizermos denotar por D, o ſolido contheudo, ou mergulhado, correſpondente ao comprimento da linha z, ſerá deſignado pelo producto Dz; e porque na expreſſaõ $GZ = \frac{fluente\ de\ \overline{AB}^{3} \times s \times \dot{z}}{12V} - ds$ temos ſubſtituido $V = Dz$, e tambem (porque AB he huma conſtante, por ſuppoſiçaõ;) $\frac{fluente\ \overline{AB}^{3} s \dot{z}}{12Dz} = \frac{\overline{AB}^{3} s z}{12Dz} = \frac{\overline{AB}^{3} \times s}{12D}$; finalmente, no caſo preſente teremos $GZ = \frac{AB \times s}{12D} - ds$.

Nas folhas ſeguintes occorreraõ caſos, em que cada huma das expreſſões a cima, terá uſo, naõ ſó para determinar as leis do equilibrio ou *permanente*, ou *inſtavel*, ſe naõ tambem para deſenvolver outras propriedades, relativas a eſte aſſumpto.

Seja $EFCD$ (Fig. III.) que repreſente a ſecçaõ vertical de hum ſolido oblongo, ou parallelepipedo, poſto na ſuperficie do fluido $IABK$, com huma das ſuperficies planas (*) para cima, ou com a linha CE, ou FD vertical; eſte ſolido he movel ao redor do ſeu eixo horiſontal, que paſſa pelo centro de gravidade G, perpendicularmente ao plano do eixo maior, por onde paſſa a ſecçaõ $ECDF$.

He preciſo por exemplo ſaber os limites, que ſeparaõ os caſos, em que o ſolido fluctuará *permanente*, daquelles em que elle

$d =$

(*) Suppondo parallelepipedo rectangulo, diremos plano oppoſto á baſe para cima; por ſer o ſolido fixado por ſeis planos, dous dos quaes ſaõ rectangulos de menor dimenſaõ em comprimento.

ſe emborcará; ſabida a gravidade eſpecifica do ſolido, e as ſuas dimenſões; tire-ſe pelo centro de gravidade G a linha SGL parallela a CE, ou DF; ſeja a altura do ſolido $CE = c$; a da baſe da ſecçaõ $CD = a$; além diſto tenhamos, que a gravidade eſpecifica do ſolido ſeja para a do fluido, em que elle fluctûa, na razaõ de n para 1; ſegue-ſe, que $SN = nc$, e conſeguintemente $GO = \frac{c}{2} - \frac{nc}{2}$; a área mergulhada $ABCD = acn$. Pelo que para determinar a diſtancia perpendicular entre as duas verticaes, que paſſaõ pelos centros de gravidade do *ſolido*, e o da parte mergulhada, quando elle he inclinado debaixo de hum muito pequeno angulo, cujo ſeno $= s$ ſendo o rayo $= 1$, tornando nós á expreſſaõ gerál, (*) $GZ = \frac{\overline{AB}^3 \times s}{12 D} - ds$, obteremos os valores ſeguintes, $AB = aD = acn$, $d = \frac{c - nc}{2}$, e daqui $GZ = a^2 s - \frac{s \times \overline{c - nc}}{2}$; e fazendo $GZ = 0$, obteremos huma equaçaõ, que exprima a relaçaõ das dimenſões do ſolido, e da ſua gravidade eſpecifica, quando o equilibrio ſe torna inſenſível; que he, quando os centros de gravidade do ſolido, e da parte mergulhada preziſtem na meſma linha vertical; (ſeja qual for o valor de s, ou do ſeno de inclinaçaõ da poſiçaõ vertical,) com tanto, que ſeja ſempre *muito pequeno*; fazendo entaõ $\frac{a^3 s}{12 acn} = \frac{s \times \overline{c - cn}}{2}$, teremos $6c^2n^2 - 6c^2n = - a^2$, e $n^2 - n = - \frac{a^2 s}{6c^2}$, o qual dá $n = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{a^2}{6c^2}}$, ou $n = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{a^2}{6c^2}}$, dos quaes ſe tiraõ as ſeguintes illações; que vem a ſer; em todos os caſos, que $\frac{a^2}{6c^2}$ he menor que $\frac{1}{4}$, o que ſuccede, todas as vezes que a altura do ſolido tem para a da ſua

(*) Quando o angulo KGS (na Fig. II.) he deſvanecente, a linha GZ deſvanece: e quando he o caſo repreſentado na Fig. III., o ponto Z coincide com o ponto G.

ſua baſe, iſto he $c:a$ maior razaõ que $\surd 2$ para $\surd 3$, devem-ſe aſſignar dous valores á gravidade eſpecifica do ſolido, cada hum dos quaes o fará fluctuar no equilibrio *inſenſivel*; aſſim, ſupponhamos que a razaõ de c para a he a de igualdade; para determinar os dous valores das gravidades eſpecificas entre os dous limites mencionados referindo-ſe á ſoluçaõ precedente, e fazendo $c=a$ teremos $n=\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{4}-\frac{1}{6}}$, ou $n=\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{4}-\frac{1}{6}}$

que vale o meſmo que $n=\frac{1}{2}-.28868=.21132$ (*)

$$\text{ou } n=\frac{1}{2}.+28868=.78868$$

Da equaçaõ $GZ=\frac{a^3s}{12acn}-\frac{s\times\overline{c-cn}}{2}$ ſe deve inferir, que quando a gravidade eſpecifica do ſolido, he de mui pequeno valor, a reſpeito da do fluido, por cauſa de $\frac{a^3s}{12acn}$ ſer neſte caſo, neceſſariamente, maior que $\frac{s\times\overline{c-cn}}{2}$; o ſolido fluctuará no eſtado *permanente* com a linha SL vertical, iſto he, com a ſuperficie plana EF (**) parallela ao horizonte; em ſegundo lugar a gravidade eſpecifica .21183 ſendo cauſa do ſolido fluctuar no eſtado do equilibrio *inſenſivel*, he o limite, em que o ſolido ceſſa de fluctuar com eſtabilidade; ſe no em tanto a gravidade eſpecifica creſce de .211 até .788 a inſtabilidade neſte caſo ſe augmenta tambem a principio: mas ella tem hum *maximo*, que ſe acha, fazendo o *ultimo* augmento da quantidade $\frac{a^3s}{12anc}-s\times\overline{c-cn}=0$ conſiderando n como variavel, e fazendo $a=c$, no qual caſo n ſe acha $=\frac{1}{\surd 6}$.

Se

(*) A maneira de eſcrever as decimaes depois do ponto, naõ faz embaraço, &c.

(**) O Author nomea a ſuperficie por huma linha: mas entende-ſe o plano horizontal, que paſſa por ella, ou em que ella exiſte, compoſiçaõ dada.

Se o valor da gravidade eſpecifica excede $\frac{1}{\sqrt{6}}$ a *inſtabilidade* diminue, e por fim deſvanece, quando a gravidade eſpecifica eſtá no outro limite $= .78868$: qualquer valor que tenha a gravidade eſpecifica ſendo entre os limites $.78868$, e 1 : o ſolido flučtuará permanente com a linha *SL* vertical, ou com a ſua ſuperficie plana horiſontal.

Eſtes caſos tem lugar, por ſe tomar a altura do parellelepipedo em maior razaõ com a da baſe *CD*, do que a de $\sqrt{2}$ para a $\sqrt{3}$; e da meſma ſoluçaõ ſe colhe, que ſe a altura tem razaõ menor para (*) a baſe, que a de $\sqrt{2}$ para $\sqrt{3}$; naõ ſe póde dar á gravidade eſpecifica valor, que faça deſvanecer a eſtabilidade, porque a quantidade $\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{a^2}{6c^2}}$ ſe faz impoſſivel, no qual caſo o ſolido poſto com a ſuperficie, *EF* horizontal, deve, em todos os caſos, continuar a flučtuar com *permanencia* neſta poſiçaõ, (ſeja qual for a gravidade eſpecifica delle) com tanto que ſeja menor, que a do fluido. Semelhantes determinações ſe devem obter do meſmo theorema, a reſpeito do equilibrio do ſolido, quando ſe colloca no fluido com hum angulo plano para cima, iſto he, na (Fig. IV.) com a diagonal *EGC* na ſecçaõ vertical. Seja *EDCF* a ſecçaõ vertical de hum parallelepipedo rečtangulo, flučtuando na ſuperficie fluida *IABK* : fazendo o lado $DC = a$, a linha $GC = \frac{a}{\sqrt{2}}$, ſupponhamos, que a gravidade eſpecifica do fluido, he para a gravidade eſpecifica do ſolido como 1 : para n : e que o ſolido ſe mergulhe no fluido a huma profundidade *HC* : ſeja *G* o centro de gravidade do ſolido, e *O* o centro de gravidade da parte mergulhada; ſegue-ſe, que a área *ABC* he para a área *DEFC*, como n : para 1 : ora o eſpaço $ABC = \overline{HB}^2 = a^2n$, (**) e $HB = HC = a \times \sqrt{n}$;
H AB

(*) Naõ he neceſſario dizer que ſe entendem comparadas linhas a linhas, e que ſuppoem a baſe hum quadrado.

(**) $a^2 \times n$ he inda huma ſuperficie, porque n he numero abſtračto aſſim a^2n he $= HB^2$ evidentemente ſuperficie.

$AB = 2a\sqrt{n}$; $OC = \frac{2a\sqrt{n}}{3}$, e $GO = \frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{2a\sqrt{n}}{3} =$
$= \frac{a \times 3 - \sqrt{8 \times n}}{\sqrt{2} \times 3}$.

Lembrando-nos agora da quantidade, que exprime a diſtancia perpendicular entre as duas linhas verticaes, que paſſaõ pelo centro de gravidade do ſolido, e da parte mergulhada (quando os angulos de inclinaçaõ da poſiçaõ do equilibrio ſaõ muito pequenos) que he, $GZ = \frac{\overline{AB}^3 \times s}{12D} - ds$, e applicando eſta equaçaõ ao caſo preſente, teremos os valores ſeguintes; $\overline{AB}^3 = 8a^3 \times n^{\frac{3}{2}}$; $D = a^2 n$; $d = \frac{a \times 3 - \sqrt{8n}}{\sqrt{2} \times 3}$; e fazendo $\frac{\overline{AB}^3 s}{12D} = ds$, a fim de obter o limite, que ſepara os caſos de eſtabilidade, e de inſtabilidade de fluctuaçaõ; ou, o que he o meſmo, fazendo $\frac{8a^3 n^{\frac{3}{2}}}{12a^2 n} = \frac{a \times 3 - \sqrt{8n}}{\sqrt{2} \times 3}$ reſulta a ſeguinte equaçaõ, $\frac{2\sqrt{n}}{3} = \frac{3 - \sqrt{8n}}{\sqrt{2} \times 3}$, ou $n = \frac{9}{32} =$ $.28123 =$ *a gravidade eſpecifica*, que fará fluctuar o ſolido com equilibrio *inſenſivel*, e eſte he o limite que ſepara as gravidades eſpecificas, que fazem fluctuar o ſolido com eſtabilidade, daquellas que produzem o equilibrio de *inſtabilidade*.

Temos já concluido da equaçaõ geral $GZ = \frac{\overline{AB}^3 s}{12D} - ds$, ou $GZ = \frac{8a^3 n^{\frac{3}{2}} s}{12a^2 n} - \frac{a \times 3 - \sqrt{8n}}{\sqrt{2} \times 3}$, que quando a gravidade eſpecifica (n) he quantidade *deſvanecente*, ou muito pequena, o ſolido ſe revirará, ſendo collocado no fluido com hum angulo, ou quina para cima, porque neſte caſo a quantidade $\frac{8an^{\frac{3}{2}}s}{12a^2 n}$ ſe torna neceſſariamente menor que $\frac{a \times 3 - \sqrt{8n}}{\sqrt{2} \times 3}$, ou ds.

Quan-

Quando a gravidade eſpecifica do ſolido he para a do fluido como 9 para 32, o ſolido fluctûa com equilibrio *inſenſivel*; ſe por ventura a gravidade eſpecifica do ſolido fôr para a do fluido em menor razaõ que 9 : 32 o ſolido ſe emborcará; mas ſe a gravidade eſpecifica do ſolido, exceder eſte limite quando he collocado no fluido com o angulo para cima, ou com a linha diagonal EC no plano vertical, elle fluctuará *permanente* neſta poſiçaõ.

A reſpeito deſta determinaçaõ, parece de notar, que deveria haver hum ſó valor de gravidade eſpecifica, que foſſe o limite entre a eſtabilidade, e a inſtabilidade de fluctuaçaõ; e com tudo ſe achaõ dous valores de gravidades eſpecificas, cada hum dos quaes he limite, no caſo de ſe collocar o ſolido com huma ſuperficie plana para cima. Eſta difficuldade tem huma explicaçaõ, que ſatisfaz; quando a ſuperficie plana he collocada para cima, as condições em que ſe funda a ſoluçaõ naõ ſaõ, de todo alteradas, ſeja qual for a profundidade, a que ſe mergulhe o ſolido; mas no caſo preſente, em que o ſolido he collocado com hum dos angulos para cima, as condições da ſoluçaõ involvem outra, que ſe acaſo a *gravidade* eſpecifica ſe augmenta, tambem ſe deve augmentar progreſſivamente a ſecçaõ do ſolido, formada pela ſnperficie do fluido; e por eſte fundamento o *reſultado* dá juſtamente hum ſó limite entre a eſtabilidade, e inſtabilidade de fluctuaçaõ; mas porque na realidade a ſecçaõ do ſolido, pela ſuperficie do fluido creſce taõ ſómente, até que a gravidade eſpecifica do ſolido ſeja metade da do fluido, e depois diminue eſta ſecçaõ; he evidente, que ſe houver outro limite correſpondente ao caſo, em que a gravidade eſpecifica for maior que hum *meio*, iſto ſe deve indagar por huma inveſtigaçaõ ſeparada. Seja pois o parallelepipedo rectangulo $EDCF$ (Fig. V.) cuja gravidade eſpecifica he maior que $\frac{1}{2}$, ſendo a do fluido 1, e ſeja collocado no fluido com a linha diagonal, EC na vertical: $IABK$ repreſenta a ſuperficie do fluido, e HC a profundidade, a que o ſolido mergulha: G, he o centro de gravidade do ſolido, e O o centro de gravidade da parte mergulhada.

Se hum dos lados DE ſe faz $= a$, e a gravidade eſpecifica ſe faz $= n$, entaõ a área $ABDCFA = a^2n$; e a área $EAB = a^2 - a^2n$

=

$=\overline{EH}^2$; logo $EH = a\times\sqrt{1-n} = AH$; $AB = 2a\times\sqrt{1-n}$, e $GH = a\times\overline{\frac{1}{\sqrt{2}}-\sqrt{1-n}}$: ſeja repreſentado por P o centro de gravidade da área AEB: entaõ pelas propriedades do centro de gravidade teremos as equações ſeguintes: $GH\times$ área $EDCF =$ área $ABDCFA\times OH$ — área $AEB\times HP$, que he

$$a^3\times\overline{\frac{1}{\sqrt{2}}-\sqrt{1-n}} = a^2n\times OH - \frac{a^3\times\overline{1-n}^{\frac{3}{2}}}{3},$$ e por conſequencia $$HO = \frac{a\times 3-\sqrt{18}\times\sqrt{1-n}+a\times\sqrt{2}\times\overline{1-n}^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{18}\times n};$$ da qual quantidade tirando a linha $HG = a\times\frac{1}{\sqrt{2}}-\sqrt{1-n} = \frac{3n-\sqrt{18n^2}\times\sqrt{1-n}}{\sqrt{18}\times n}$, teremos o reſto $GO =$ (*)

$$\frac{a\times 3-3n-\sqrt{18}\times\overline{1-n}^{\frac{3}{2}}+\sqrt{2}\times\overline{1-n}^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{18}\times n}.$$

E comparando-ſe com a expreſſaõ geral citada $\frac{\overline{AB}^3\cdot s}{12D}-ds$ obteremos no preſente caſo $\overline{AB}^3 = 8a^3\times\overline{1-n}^{\frac{3}{2}}$, $D = a^2n$;

$$GO = d = \frac{a\times 3-3n-\sqrt{18}\times\overline{1-n}^{\frac{3}{2}}+\sqrt{2}\times\overline{1-n}^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{18}\times n}.$$ Logo $\frac{\overline{AB}^3}{12D}$

$$-d = \frac{8a^3\times\overline{1-n}^{\frac{3}{2}}}{12a^2n} - \frac{a\times 3-3n-\sqrt{18}\times\overline{1-n}^{\frac{3}{2}}+\sqrt{2}\times\overline{1-n}^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{18}\times n},$$

e fazendo a igual a o, a fim de obter o limite, e multiplicando toda a expreſſaõ por $\frac{3n\times\sqrt{2}}{\overline{1-n}\times a}$, teremos $2\sqrt{2}\times.\sqrt{1-n} = 3-3\times\sqrt{2}\times\sqrt{1-n}+\sqrt{2}\times\sqrt{1-n}$, ou $\sqrt{1-n} = \frac{3}{4\sqrt{2}}$; donde $1-n = \frac{9}{32}$, ou $n = \frac{23}{32}$ limite pedido.

Pe-

(*) As dimensões da equaçaõ moſtraõ que he huma linha recta.

Pelas precedentes determinações dos quatro valores de limites da gravidade especifica, isto he $\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}}$, $\frac{9}{32}$, $\frac{23}{32}$, e $\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}}$, ou, .211, .281, .718, e .789, acharemos que se a gravidade especifica he menor, que .211 o parallelepipedo rectangulo, quando se colloca na superficie do fluido com huma superficie plana para cima, e horizontalmente fluctûa no estado permanente nesta posiçaõ; mas que se revira, se a gravidade especifica he maior que .211, e menor que .789.

Observaremos de mais, que quando o solido he collocado no fluido, com huma quina para cima, se a gravidade especifica he menor, que .281, elle se revira; se he porém maior, que .281, e menor que .718, o solido fluctûa permanente com o angulo, ou quina para cima, mas se a gravidade especifica excede .718, o solido se revolta, quando he posto no fluido com a aresta, ou quina para cima.

He aliàs evidente a que profundidade, de immersaõ do solido, dependente da gravidade especifica relativa, começa, ou fenece a estabilidade de fluctuaçaõ, quando o solido he collocado no fluido nas posições a cima descriptas. Mas huma substancial questaõ faltou inda de considerar, que he, determinar, em que posiçaõ, espontaneamente se disporá, o parallelepipedo rectangulo a respeito da superficie fluida, quando a gravidade especifica he de hum valor medio entre os limites, que já determinamos. Os resultados antecedentes naõ bastaõ inda para resolver esta questaõ, porque, por estes só temos conhecido, em que casos (dependendo da gravidade especifica os valores) deve o solido fluctuar permanente, ou seja collocado com a superficie rectangular para cima, e horizontalmente, ou seja com a aresta do solido na mesma posiçaõ; e em que casos elle se deve revirar.

Supponhamos que succede hum destes, e que o solido, tendo sido collocado em huma posiçaõ de equilibrio instavel, muda a sua posiçaõ, revolvendo-se ao redor do seu eixo.

Determinar, qual posiçaõ o solido nestas circumstancias ha de tomar: em que continue a fluctuaçaõ *permanente*, depende de ter em vista o theorema, que exprime a distancia perpendicular entre as

duas verticaes, que paſſaõ pelo centro de gravidade do ſolido, e da parte mergulhada. Porque, fazendo o ſeu valor $= 0$, a reſoluçaõ da equaçaõ, que reſultar, dará o ſeno de inclinaçaõ da poſiçaõ de equilibrio, em que eſtas duas linhas coincidem, que he, quando os centros de gravidade do ſolido, e da parte mergulhada ſe achaõ, ſegunda vez, em huma meſma linha vertical: neſte caſo o ſolido ſe achará em huma ſituaçaõ de equilibrio que conforme diſſemos nas obſervações (folhas 6) deve ſer hum equilibrio de *eſtabilidade*.

Seja *EFDC* (Fig. 6.) a ſecçaõ vertical, que paſſa pelo centro de gravidade *G*, de hum ſolido oblongo, ou parallelepipedo, em que o eixo maior paſſe pelo centro de gravidade *G*, n'huma direcçaõ perpendicular ao plano da ſecçaõ *EGDC*; *LGS* he tirada pelo ponto *G*, parallela a *CE*, ou a *DF*, eſte ſolido he collocado na ſuperficie do fluido *IABK*, com a linha *SGL* na vertical, e a gravidade eſpecifica do ſolido, ſeja tal, que o faça mergulhar á profundidade *SN*, abaixo da ſuperficie.

O volume da parte mergulhada he o eſpaço *ACDB*, cujo centro de gravidade he *O*, e porque os pontos *G*, e *O* eſtaõ ſituados na meſma linha vertical, o ſolido eſtará em huma poſiçaõ de equilibrio, o qual ſegundo a preſente ſuppoſiçaõ ſe define por equilibrio de inſtabilidade; e por conſequencia o ſolido por ſi meſmo ſe ha de revirar, logo que lhe faltar o apoio externo, e mudará a ſua poſiçaõ, girando á roda do eixo horizontal, que paſſa pelo centro de gravidade em huma direcçaõ perpendicular ao plano *CDFE*.

Péde-ſe, o determinar porque angulo *WGS* o ſolido ſe inclinará ao redor do ſeu eixo, quando os centros de gravidade do ſolido, e da parte mergulhada eſtiverem ſegunda vez na meſma linha vertical. Do meſmo modo, que nos caſos antecedentes, eſte problema ſe reſolverá, comparando-o com a expreſſaõ geral, para obter a diſtancia entre as duas linhas verticaes, que paſſaõ pelo centro de gravidade do ſolido, e da parte mergulhada.

Supponhamos pois, que o ſolido ſe deſvia da ſua primeira poſiçaõ de equilibrio por hum angulo *WGS*, de maneira, que a poſiçaõ *ECDF* ſe mude para a poſiçaõ *YWHV*, a parte mergulhada ſerá agora *ZHVR*; a linha *AB* ſe muda em *PQ*, e o eſpaço *QXR* que d'antes eſtava a cima da ſuperficie do fluido, agora eſtará mergu-

lha-

lhada dentro delle; e o eſpaço PXZ, que eſtava para baixo da ſuperficie do fluido, agora eſtará por cima delle.

Dividaõ-ſe as linhas PZ, QR em duas partes iguaes pelos pontos m, e n, e tirem-ſe mX, nX, e tome-ſe $Xa = \frac{2}{3}$ de Xm, e $Xd = \frac{2}{3}$ de Xn; deſta maneira a, e d ſeraõ os centros de gravidade dos triangulos PXZ, QXR reſpectivamente; tirai as linhas ab, cd perpendiculares á linha horizontal AB. Referindo-nos agora à quantidade que exprime a diſtancia entre as linhas verticaes, que paſſaõ pelos centros de gravidade do ſolido, e da parte mergulhada, que he $\frac{bA}{V} - ds$, para applicar ao caſo preſente, ſeja o eſpaço $QXR = A$; o eſpaço $ZHVR$, ou $ACDB = V$; $bc = b$; $OG = d$; o ſeno do angulo de inclinaçaõ, ou $WGO = s$, e ſeja t a tangente do meſmo angulo cujo rayo $= 1$; entaõ porque os triangulos ZXP, QXR ſaõ ſemelhantes, e as áreas ſaõ iguaes por ſuppoſiçaõ, os lados dos dous triangulos ſeraõ reſpectivamente iguaes; iſto he QX ſerá igual XP, $ZP = QR$; e $ZX = XR$. Seja a altura do ſolido $SL = c$, e a gravidade eſpecifica delle $= n$, ſendo a do fluido igual a 1 (*), além diſto faça-ſe VW, ou $XQ = a$, logo $QR = at$, e $Qn = \frac{at}{2}$; $Xn = \sqrt{a^2 + \frac{t^2 a^2}{4}}$ ou $Xn = \frac{a}{2} \times \sqrt{4 + t^2}$. Para achar o ſeno do angulo nXR, fazei a ſeguinte porporçaõ, como Rn, ou Qn, $\left(\frac{ta}{2}\right)$: nX $\left(\frac{a}{2} \times \sqrt{4 + t^2}\right)$ :: ſeno nXR : ſeno XRn; porém ſeno $nXR = \frac{\text{ſen.}\, nRX \times t}{\sqrt{4 + t^2}}$, ou por ſer ſen. $nRX = \frac{1}{\sqrt{1 + t^2}}$, ſen. $nXR = \frac{t}{\sqrt{4 + t^2} \times \sqrt{1 + t^3}}$, coſ. $nXR = \frac{2 + t^2}{\sqrt{4 + t^2} \times \sqrt{1 + t^2}}$, e porque $Xd = \frac{2}{3} \times Xn = \frac{a \times \sqrt{4 + t^2}}{3}$, ſegue-ſe que $Xc = \frac{a \times \sqrt{4 + t^2} \times \overline{2 + t^2}}{3n \sqrt{4 + t^2} \times \sqrt{1 + t^2}} = \frac{a}{3} \times \frac{\overline{2 + t^2}}{\sqrt{1 + t^2}}$; e porque os

(*) A unidade aqui he de pezo, e n he huma fracçaõ della para poder boyar o ſolido.

os triangulos XPZ, XQR, assim como tambem os triangulos ZXm, RXn, saõ semelhantes, e iguaes, a linha $Xb = Xc$, e conseguintemente $bc = 2Xc = \frac{2a \times \overline{2 + t^2}}{3 \times \sqrt{1+t^2}}$; a qual quantidade, he $= b$ na geral expressaõ $\frac{bA}{V} - ds$.

E porque a gravidade especifica do solido he $= n$, a altura $SL = c$, e a base $CD = 2a$ a parte mergulhada, ou $ACDB = 2acn$, que na expressaõ geral se designou por V, e o volume $QXR = \frac{a^2 t}{2}$ he notado pela letra A no mesmo valor geral.

Substituindo agora na expressaõ $\frac{bA}{V} - ds$; $\frac{2a \times \overline{2 + t^2}}{3 \times \sqrt{1 + t^2}}$ por b; $\frac{a^2 t}{2}$ por A; e $2acn$ por V; a distancia entre as linhas verticaes, que passaõ pelo centro de gravidade do solido, e o centro de gravidade da parte mergulhada, se achará ser $\frac{2a \times \overline{2 + t^2}}{3 \times \sqrt{1+t^2}} \times \frac{a^2 t}{2 \times 2acn} - ds$, ou $\frac{a^2 t \times \overline{2 + t^2}}{6cn \times \sqrt{1+t^2}} - ds$; ou porque $d = \frac{c - cn}{2}$, a dita distancia $= \frac{a^2 t \times \overline{2 + t^2}}{6cn \times \sqrt{1+t^2}} - \frac{\overline{c - cn}}{2} \times s$; ou substituindo por t^2 o seu valor $\frac{s^2}{1 - s^2}$, a distancia he $=$ $\frac{a^2 s \times \overline{2 - s^2}}{6cn \times \overline{1 - s^2}} - \frac{\overline{c - cn} \times s}{2}$; na qual expressaõ a denota a meia largura PQ; mas como he mais conveniente ás vezes o representar a largura toda AB, ou PQ seja esta $= a$, a expressaõ neste caso he $= \frac{a^2 s \times \overline{2 - s^2}}{24cn \times \overline{1 - s^2}} - \frac{\overline{c - cn} \times s}{2}$; a qual fazendo-se $= 0$, obteremos $s^2 = \frac{2a^2 - 12c^2 n + 12c^2 n^2}{12c^2 n^2 - 12c^2 n + a^2}$, ou $s^2 = \frac{12c^2 n - 12c^2 n^2 - 2a^2}{12c^2 n - 12c^2 n^2 - a^2}$. Desta equaçaõ se póde deduzir o angulo de inclinaçaõ da posiçaõ original do equilibrio, sendo dada a gravidade especifica; ou inversamente, a gravidade especifica se póde achar, sendo dado o angulo de inclinaçaõ, pelo qual o solido se revolve, ou desvia da perpendicular até chegar á segunda posiçaõ de equilibrio. Como as ex-

pe-

periencias feitas para illuſtrar as propoſições que inveſtigamos foraõ applicadas ao caſo do parallelepipedo rectangulo, poremos exemplo agora no preſente caſo debaixo da meſma ſuppoſiçaõ.

Seja pois a altura do ſolido igual á baſe; ſerá $a = c$ na expreſſaõ a cima, e conſeguintemente $s^2 = \frac{12n - 12n^2 - 2}{12n - 12n^2 - 1}$.

Temos viſto nas precedentes que ſendo a gravidade eſpecifica do ſolido parallelepipedo maior, que 0,211, mas que naõ exceda 0,789, o ſolido poſto no fluido com huma ſuperficie plana para cima, ſe achará ſituado no equilibrio de inſtabilidade, e conſeguintemente deve mudar a ſua poſiçaõ, voltando-ſe ao redor do ſeu eixo, até aquietar-ſe em alguma outra poſiçaõ de equilibrio permanente.

Pela preſente propoſiçaõ achar-nos-hemos nos termos de poder aſſignar, qual ſeja eſta poſiçaõ; por tanto ſeja $n = 0,24$ que ſe acha entre os limites de 0,211, e 0,789, e por conſeguinte o ſolido collocado com a ſuperficie plana para cima, e horizontalmente, eſtará no equilibrio de inſtabilidade.

Comparando com a equaçaõ $s^2 = \frac{12n - 12n^2 - 2}{12n - 12n^2 - 1}$, e ſubſtituindo 0,24 por n acharemos que $s^2 = \frac{12n - 12n^2 - 2}{12n - 12n^2 - 1} = \frac{0,1888}{1,1888}$; e $s =$ ſeno de 23.° 29′ por eſte calculo ſe moſtra, que o ſolido depois de ſe ter voltado da poſiçaõ de equilibrio inſtavel, com a ſuperficie plana para cima, e horizontal, e tendo-ſe voltado pelo angulo de 23.° 29′, ſe eſtabelecerá em huma poſiçaõ de equilibrio permanente neſta diſtancia angular da ſua primeira ſituaçaõ; porque por eſta ſoluçaõ, quando o ſolido ſe deſvia á quantidade deſte angulo da ſua poſiçaõ original, os centros de gravidade do ſolido, e da parte mergulhada, ſegunda vez, ſe achaõ na meſma vertical; e conſeguintemente o ſolido ſe acha entaõ ſituado na poſiçaõ do equilibrio de eſtabilidade, por cauſa de que a primitiva poſiçaõ de que o ſolido ſe deſviou era a de inſtabilidade; e porque obſervaremos preliminarmente, que quando o ſolido muda de poſi-

-çaõ primitiva, revolvendo-se ao redor do seu eixo sobre o fluido, qualquer que seja a posiçaõ de equilibrio primitivo será succedida por outra de equilibrio de denominaçaõ contraria.

Se o angulo de inclinaçaõ, da posiçaõ perpendicular do solido com a superficie plana horizontalmente, *for dada*, a gravidade especifica do solido se póde inferir da equaçaõ precedente, por effeito de cuja gravidade o solido fluctuará em huma posiçaõ de equilibrio, debaixo deste angulo dado de inclinaçaõ; pois que pela resoluçaõ da equaçaõ $s^2 = \frac{12n - 12n^2 - 2}{12 - 12n^2 - 1}$; teremos $n = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1 - 2s^2}{12 - 12s^2}}$. Assim sendo questaõ de determinar a gravidade especifica, por effeito da qual o solido fluctuará em *equilibrio*, na distancia angular da sua posiçaõ primitiva de 23° 29′: teremos $\sqrt{\frac{1 - 2s^2}{12 - 12s^2}} = 0,26000$, e a gravidade especifica que he $n = 0,5 + 0,26 = 0,76$, ou $n = 0,5 - 0,26 = 0,24$. Assim acharemos por este calculo, que ha no caso presente duas gravidades especificas, por effeito das quaes o solido fluctuará em huma posiçaõ de equilibrio, na mesma angular distancia da sua posiçaõ original e vertical dos 23.° 29′; conclusaõ que he facil verificar substituindo 0,76 em lugar de n na equaçaõ $\frac{12n - 12n^2 - 2}{12n - 12n^2 - 1} = s^2$, o resultado he $s^2 = \frac{0,1888}{1,1888}$, o mesmo que no primeiro exemplo, quando n se tomou $= 0,24$.

Na applicaçaõ da Analyse á soluçaõ dos problemas, he sempre necessario ter distinctamente em vista as condições, em que se funda a questaõ; porque de outra maneira inda sendo legitima a soluçaõ, a inadvertencia a este respeito infallivelmente conduzirá a erro, e insubsistencia.

A questaõ em que se determina a posiçaõ do solido depois de ter mudado a primitiva de equilibrio de instabilidade, em que foi collocado com a superficie plana horizontal, procede na supposiçaõ de que a superficie do fluido representada pela linha ZR (Fig.VI.) encontra as superficies parallelas do solido representadas pelas linhas

nhas YH, WV nos pontos R; e Z; mas se as duas superficies cortadas pelo fluido fossem inclinadas como as linhas que as representaõ HV, VW ou por outras palavras, se o ponto de intersecçaõ Z cahir entre H, e V, nesse caso nem a construcçaõ geometrica, nem a resoluçaõ analytica que della depende se póde applicar para determinar a posiçaõ requerida de equilibrio. Sendo precisa huma soluçaõ toda differente, para determinar a posiçaõ, em que o solido debaixo destas condições ha de fluctuar em estado permanente.

He com tudo certo que, em quanto o ponto de intersecçaõ Z naõ for mais baixo, que o ponto H da base, se poderá applicar a precedente soluçaõ. Será com tudo essencial achar ambas as cousas: isto he, o angulo de inclinaçaõ da posiçaõ original do equilibrio instavel, e a gravidade especifica do solido, quando elle se estabelece na fluctuaçaõ permanente. Com esta condiçaõ implicita: isto he, que a superficie do fluido haja de passar por huma das extremidades da base: o resultado desta soluçaõ formará o valor de limite, tanto do angulo de inclinaçaõ, como da gravidade especifica; além da qual naõ sendo applicavel á proposiçaõ antecedente se requer outra soluçaõ.

Seja $AECD$ (Fig. VII.) que representa a secçaõ vertical do parallelepipedo rectangulo, que descança permanente sobre a superficie do fluido $IKDH$, que passa pela extremidade da base D. Pede-se o angulo de inclinaçaõ KDC a respeito da posiçaõ de equilibrio com a superficie plana horizontal, e a gravidade especifica do solido, quando elle fluctûa em hum estado de equilibrio. Seja a tangente do angulo buscado KDC para o rayo, como t para 1, e seja $CD = a$, e a gravidade especifica do solido para a do fluido como n para 1: Logo $KC = at$, e a área $KCD = \frac{a^2t}{2}$: e porque assim como a área KCD, he a $AECD$; assim he $n : a\ 1$ segue-se que $n = \frac{t}{2}$; e porque pela precedente equaçaõ (*) $s^2 = \frac{12n - 12n^2 - 2}{12n - 12n^2 - 1}$, onde s representa o seno do angulo de incli-

(*) Pag. 30.

clinaçaõ a refpeito da pofiçaõ perpendicular, que he o angulo KDC no prefente cafo; fubftituindo por n o feu valor $\frac{t}{2}$ a equaçaõ virá a fer agora $s^2 = \frac{6t - 3t^2 - 2}{6t - 3t^2 - 1}$, ou por caufa de fer $s^2 = \frac{t^2}{1+t^2}$, $\frac{t^2}{1+t^2} = \frac{6t - 3t^2 - 2}{6t - 3t^2 - 1}$, ou $6t^3 - 3t^4 - t^2 = 6t - 3t^2 - 2 + 6t^3 - 3t^4 - 2t^2$; ou $4t^2 = 6t - 2$; à qual equaçaõ fendo refolvida, dá $t = \frac{3}{4} \pm \frac{1}{4}$, que he $t = \frac{1}{2}$, ou $t = 1$ por efta foluçaõ fe moftra que ha dous angulos pelos quaes o folido póde fer defviado da pofiçaõ perpendicular de equilibrio inftavel, com a fuperficie plana para cima; de maneira que fique permanente na fuperficie do fluido, quando a dita fecçaõ do fluido paffa por huma das extremidades da *bafe*: primeiro quando o angulo de inclinaçaõ he $KDC = 26.° 33'. 51''$, 4, ou proximamente $26.° 34'$, cuja tangente he para o rayo como 1 a 2, e o fegundo (Fig. VIII.) quando o angulo de inclinaçaõ $KDC = 45.°$, cuja tangente he igual ao rayo. Quando o folido fluctûa permanente no fluido, defviado da perpendicular pofiçaõ por hum angulo de inclinaçaõ $KDC = 26.° 34$; a parte mergulhada, ou KCD, he para o volume todo $ABCD$, como 1 a 4; e por tanto a gravidade efpecifica do folido he para a do fluido como 1 a 4, ou recapitulando a primeira obfervaçaõ applicada ao prefente cafo, a gravidade efpecifica do folido, ou $n = \frac{1}{4}$ quando a do fluido he $= 1$. E dando attençaõ aos limites de valor da gravidade efpecifica, fe moftra que a pofiçaõ do equilibrio, aqui determinada, he a de *eftabilidade*, mencionada nas paginas (*) relativas á (Fig. II.), e (Fig. III.) onde fe moftra que quando o parallelepipedo rectangulo he pofto na fuperficie do fluido com huma das fuperficies planas em pofiçaõ horizontal, e a gravidade efpecifica do folido he maior que 0,211; com tanto que naõ exceda 0,789, o equilibrio ferá o de inftabilidade, e confeguintemente o folido ferá revirado.

Tem-

(*) Pag. 22.

Tem-se justamente mostrado que depois que o corpo se revolveo pelo angulo de 26.° 34′, elle se achará segunda vez em huma posiçaõ de equilibrio, que deve ser o equilibrio de estabilidade. Semelhantes consequencias seguem-se de ter supposto a gravidade especifica $= \frac{1}{2}$; neste caso se o solido he posto no fluido com a superficie plana para cima, o equilibrio será o de instabilidade; e apparece da soluçaõ precedente, que depois de girar por hum angulo de 45.° (Fig. VIII.) elle será segunda vez em huma posiçaõ de equilibrio, que será *estavel*, e *permanente*. Por huma indagaçaõ analoga, o angulo de deviaçaõ *ABK* (Fig. IX.), da original posiçaõ de equilibrio, se póde achar; quando fluctûa em permanencia o solido, e a superficie do fluido passa por huma das extremidades do lado mais elevado do quadrado *AB*; para o resto desta reflexaõ fazendo a tangente do angulo de inclinaçaõ $ABK = t$, a área $ABK = \frac{a^2t}{2}$ a área $KCDB = \frac{2a^2 - a^2t}{2}$, virá a ser a gravidade especifica $n = \frac{2-t}{2}$; a qual quantidade sendo substituida por n na equaçaõ $\frac{t^2}{1+t^2}$ (*) $= \frac{12n - 12n^2 - 2}{12n - 12n^2 - 1}$ teremos a equaçaõ $\frac{t^2}{1+t^2} = \frac{6t - 3t^2 - 2}{6t - 3t^2 - 1}$, exactamente a mesma, que no primeiro caso; e resolvendo esta equaçaõ, se mostra que $t = \frac{3}{4} \pm \frac{1}{4}$, e conseguintemente a gravidade especifica do solido, ou $n = \frac{2-t}{2} = \frac{3}{4}$, ou $n = \frac{1}{2}$.

O que nos falta agora unicamente para completar a indagaçaõ, relativa ás posições de fluctuaçaõ do parallelepipedo rectangulo he, o determinar em que posiçaõ o solido fluctuará *permanente* com o angulo plano para cima, mas em posiçaõ obliqua, quan-

 do

(*) Porque sendo s o seno, e t a tangente do angulo *ABK*, segue-se $s^2 = \frac{t^2}{1+t^2}$.

do a gravidade eſpecifica eſtiver entre os limites $\frac{8}{32}$, e $\frac{9}{32}$, ou entre os limites $\frac{23}{32}$ e $\frac{24}{32}$.

Tem-ſe viſto em huma anterior indagaçaõ, que ſe o ſolido he collocado no fluido com hum angulo para cima, e a gravidade eſpecifica he $\frac{9}{32}$, elle começará juſtamente a fluctuar com eſtabilidade.

E ceſſará deſta fluctuaçaõ eſtavel excedendo a gravidade eſpecifica á quantidade $\frac{23}{32}$. Quando a gravidade eſpecifica he $\frac{1}{4} = \frac{8}{32}$, ou $\frac{3}{4} = \frac{24}{32}$ o ſolido fluctuará permanente paſſando a ſuperficie do fluido, ou ſecçaõ ſuperficial do dito fluido, (como ſe vê na Fig. IX.), pela extremidade de hum dos lados do parallelepipedo: ſe porém a gravidade eſpecifica he entre os limites $\frac{8}{32}$, e $\frac{9}{32}$ ou entre $\frac{23}{32}$, e $\frac{24}{32}$, o ſolido fluctuará permanente com a linha diagonal inclinada á vertical. Eſte angulo ſe póde determinar, achando huma equaçaõ, que exprima a relaçaõ entre a gravidade eſpecifica dada, e o ſeno, ou tangente do angulo pedido, ſendo o rayo $= 1$.

Seja o parallelepipedo rectangulo *IVCE* (Fig. X.) que fluctûe obliquamente, com hum (*) angulo poſto para cima, de modo que, a linha diagonal faça hum angulo com a vertical; ſupponha-ſe eſte angulo ſer *OGT*, e a linha perpendicular ſer *GT*; tome-ſe *CB*, meio proporcional entre *EC*, e *CD*, e tire-ſe *BA*, parallela a *GV*, que corte a linha *GC* no ponto *H*; por eſte modo, *CH* ſerá a profundidade à que o ſolido mergulha no fluido, quando a linha diagonal *CI*, he vertical, e conſeguintemente a área *BXE*, he igual á área *ZDA*; tome-ſe $CO = \frac{2}{3} CH$; *O*, ſerá o centro da gravidade do volume *ABC* di-

(*) Neſte caſo ſe entende hum angulo ſolido fexado por tres planos.

(*) ; divida-ſe em duas partes iguaes a linha EB no ponto K, e a linha AD no ponto R; tirem-ſe XR, e XK; e tome-ſe $XM = \frac{2}{3}$ de XR, e $XL = \frac{2}{3}$ de XK; M ſerá o centro de gravidade do triangulo XAD, e L ſerá o centro de gravidade do triangulo BXE; pelos pontos M, L, tirem-ſe as linhas MP, QL perpendiculares á linha horizontal DE; faça-ſe $PQ = b$, o ſeno de $BXE = s$; a tangente de $BEX = t$ o rayo $= 1$, e ſeja $EC = a$.

Logo $CD = ta$; e $CB = \sqrt{ta^2}$; $CH = \sqrt{\frac{ta^2}{2}}$; $CO = \frac{2}{3} \times CH = \sqrt{\frac{2ta^2}{9}}$; a área $ABC = CH^2 = \frac{ta^2}{2}$; faça-ſe a área $BXE = u$; donde para achar a diſtancia OT, ſe deve fazer a proporçaõ ſeguinte, aſſim como a área CDE, ou BAC he para a área BXE : : aſſim PQ: (**) he para OT; ou como $\frac{ta^2}{2} : u :: b : OT = \frac{2bu}{ta^2}$; e $GO = \frac{2bu}{ta^2s}$, e porque $CO = \sqrt{\frac{2ta}{9}}$, ſegue-ſe que $CG = \frac{2bu}{ta^2s} + \sqrt{\frac{2ta^2}{9}}$; e da meſma fórma $CV = \frac{\sqrt{8} \times bu}{ta^2s} + \sqrt{\frac{4ta^2}{9}} = \frac{\sqrt{72} \times bu + \sqrt{4t^3a^6s^2}}{3ta^2s}$; e a gravidade eſpecifica ſendo $= n$, $\sqrt{n} = \frac{CH}{CV} = \sqrt{\frac{ta^2}{2}} \times \frac{3ta^2s}{\sqrt{72} \times bu + \sqrt{4t^3a^6s^2}} = \frac{3t^{\frac{3}{2}}a^3s}{12bu + 2\sqrt{2}t^{\frac{3}{2}}a^3s}$.

Por tanto ſe o angulo, com que a linha diagonal, IC, he inclinada á linha vertical TG; ou ſe $OGT = BXE$, for de 15.°, o

---

(*) Porque a parte de interſecçaõ X coincide com H; quando o angulo BXE deſvanece.

(**) O termo Inglez *biſect* he tomado do *biſectum* latino em fraſe Geometrica, que val em duas partes iguaes, e falta nos Diccionarios.

o angulo XEC ferá $= 30.^\circ$; porque na expreſſaõ antecedente $t =$ tang. $30.^\circ$ ſendo o rayo 1; $s =$ ſen. $15.^\circ$; ſe CE ou a ſe toma $= 1$ fazendo os calculos competentes de Trigonometria, a área BXE ferá $= u = 0,039395$, e $PQ = b = 0,73089$; ſubſtituindo eſtes valores pelas quantidades, que os repreſentaõ na equaçaõ $\sqrt{n} = \frac{3t^{\frac{3}{2}}a^3 s}{12bu + 2\sqrt{2}t^{\frac{3}{2}}a^3 s} = 0,51094$, e $n = 0,261$ (*); gravidade eſpecifica, que faz fluctuar o ſolido em huma poſiçaõ de equilibrio, com a linha diagonal obliquamente para cima, ſendo inclinado com a linha vertical por hum angulo de $15.^\circ$. O equilibrio he o de eſtabilidade; porque quando a diagonal he vertical, o ſolido fluctûa em huma poſiçaõ de equilibrio *inſtavel*; ſendo a gravidade eſpecifica $0,261$, entaõ menor, que $\frac{9}{32}$, ou $0,281$; valor do limite que ſepara os caſos de equilibrio *inſtavel*, e equilibrio *permanente*, quando o ſolido he collocado no fluido com a diagonal verticalmente.

He curioſo obſervar as concluſões que ſe deduzem no caſo ultimo, quando o angulo de inclinaçaõ he $= 0$, e conſeguintemente o angulo $XEC = 45^\circ$; porque neſte caſo $CB = CE = a$; $t = 1$; e $BH = \frac{a}{\sqrt{2}}$; donde u, ou a área BXE (**) $= \frac{BH^2 \times s}{2} = \frac{sa^2}{4}$; e porque $b = PQ = \frac{4a}{3\sqrt{2}}$, ſegue-ſe que $bu = \frac{a^3 s}{3\sqrt{2}}$; e $12bu = \frac{4a^3 s}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}a^3 s$; as quaes quantidades ſubſtituindo-ſe os ſeus valores na equaçaõ $\sqrt{n} = \frac{3t^{\frac{3}{2}}a^3 s}{12bu + 2\sqrt{2}t^{\frac{3}{2}}a^3 s}$; virá a ſer a $\sqrt{n}$ =

(*) Eſte reſultado ſe acha ſubſtituindo o valor de $\sqrt{n} = \frac{.34063}{.34552 + .32114}$ e effectuando a operaçaõ.

(**) Porque o ponto X da interſecçaõ coincide com o ponto H quando deſvanece o angulo BXE.

$= \frac{3a^3s}{2\sqrt{2a^3s} + 2\sqrt{2a^3s}} = \frac{3}{4\sqrt{2}}$; e por tanto $n = \frac{9}{32}$, que concorda perfeitamente (*) com a gravidade especifica inferida por hum methodo differente, e pelos *mesmos dados.*

A equaçaõ $\sqrt{n} = \frac{3t^{\frac{3}{2}}s}{2\sqrt{2}\,t^{\frac{3}{2}}s + 12bu}$ (fazendo $= 1$ a linha $CE = a$) exprime a relaçaõ entre a gravidade especifica do solido, e a fracçaõ, que representa o seno do angulo de inclinaçaõ com a posiçaõ perpendicular: se d'outro modo for dado o angulo, se poderá conhecer a gravidade especifica. Se for pedido o seno do angulo de inclinaçaõ, sendo *dada* a gravidade especifica, he evidente pela natureza da equaçaõ, que semelhante determinaçaõ haverá de involver calculos analyticos muito complicados, o que se evita recorrendo aos methodos sabidos de aproximaçaõ. Tomando as quantidades s e t por supposiçaõ, o valor de $\sqrt{n}$ se tira da equaçaõ, que sendo comparado com o *dado* de $\sqrt{n}$, a differença será o erro que resulta dos valores suppostos de s e t, que se devem corrigir ajuntando, ou diminuindo às hypothesis; e se repete a operaçaõ, até que o valor de $\sqrt{n}$ deduzido da equaçaõ coincida com o seu verdadeiro valor; pelo qual methodo de proceder, o angulo de inclinaçaõ da posiçaõ original de equilibrio será conhecido.

A soluçaõ presente se applica a todos os casos, em que a gravidade especifica do solido he entre os limites $\frac{8}{32}$, e $\frac{9}{32}$; e por huma indagaçaõ inteiramente semelhante, se deduz huma equaçaõ, que exprime a relaçaõ da gravidade especifica do solido, e do seno, ou da tangente do angulo de inclinaçaõ com a perpendicular, quando a gravidade especifica do solido he entre $\frac{23}{32}$, e $\frac{24}{32}$; em o qual caso o solido fluctuará *permanente* com a linha diagonal IC, obliquamente para cima, sendo inclinado á vertical com algum angulo entre os limites desde o, até 18° 26′, 8″, 6.

Estas determinações comprehendem todas as posições, em que

M o

(*) Pag. 20.

o parallelepipedo rectangulo ſe póde collocar no fluido em poſiçaõ de equilibrio, com tanto que o ſolido tenha o ſeu movimento ſómente ao redor de hum eixo, eſpecificamente aquelle, que paſſa pelo centro de gravidade perpendicular, aos planos das ſecções quadradas (*), e eſta condiçaõ he verificada fazendo o eixo de ſufficiente comprimento; por exemplo ſe elle he duas, ou tres vezes maior que hum dos lados, o ſolido naõ ſe revolverá eſpontaneamente em outro algum eixo. Quando o eixo ſe diminue conſideravelmente, he certo que o corpo ſe moverá eſpontaneamente ao redor de qualquer outro eixo; mas he deſneceſſario entrar em detalhe de exemplos multiplicados, porque a expoſiçaõ dos principios he o objecto ſubſtancial nas queſtões deſta eſpecie.

As poſições variadas que o parallelepipedo rectangulo toma fluctuando livremente no fluido, debaixo da condiçaõ das gravidades eſpecificas relativas, ſe reduzem compendioſamente, ás ſeguintes; (deſde a Fig. II. até a Fig. XXIV., onde a linha IK denota a ſuperficie, ou ſecçaõ do fluido.)

Se a gravidade eſpecifica do ſolido for entre os limites 0, e $\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}}$ (Fig. XI. XII. e XIII.) iſto he entre 0, e 0,211, o ſolido fluctuará permanente no fluido com huma ſuperficie plana para cima, e parallela ao horizonte.

2.° Se a gravidade eſpecifica cahe entre os limites 0,211, e 0,25 (Fig. XIII. XIV. e XV.) O ſolido fluctûa permanente com huma ſuperficie plana para cima, mas inclinada ao horizonte por differentes angulos; os limites dos quaes ſaõ 0°, que correſponde á gravidade eſpecifica 0,211, e o limite 26.° 34′, que correſponde á gravidade eſpecifica 0,25.

3.° Se a gravidade eſpecifica cahe entre os limites 0,25 $= \frac{8}{32}$, e $\frac{9}{32}$ (Tab. IV. e V. Fig. XV. XVI. XVII.), o ſolido fluctûa

com

(*) Na expreſſaõ do Author ſe deve entender por quadrado os dous rectangulos menores, que fechaõ os quatro oblongos dos parallelepipedos, por naõ ter entrado nas condições da experiencia, que ſejaõ quadrados, mas ſim menores que cada hum dos quatro planos rectangulares, que por ſerem iguaes entre ſi, determinaõ com effeito por quadrados os ditos dous planos, pois ſaõ eſpaços fechados por linhas parallelas e iguaes, e ſerem rectangulos.

com hum angulo fómente mergulhado para baixo da fecçaõ do fluido, fendo a linha diangonal inclinada ao plano vertical por varios angulos, que dependem da gravidade efpecifica; os limites dos quaes angulos faõ 18.° 26′, correfpondentes á gravidade efpecifica 0,25 $= \frac{8}{32}$, e 0, que correfponde á gravidade efpecifica $\frac{9}{32}$.

Quando a gravidade efpecifica fe augmenta além de $\frac{9}{32}$ (Fig. XVII. e XVIII.) o folido fluctûa permanente com a linha diagonal verticalmente, até que a gravidade efpecifica chegue a $\frac{23}{32}$.

4.° Se a gravidade efpecifica he de huma grandeza entre $\frac{23}{32}$, e $\frac{24}{32}$; o folido fluctûa com a linha diagonal, inclinada á vertical por differentes angulos, dependentes da gravidade efpecifica (Fig. XVIII., XIX., XX.): os limites dos quaes angulos faõ 0, que correfponde á gravidade efpecifica $\frac{23}{32}$, e o angulo de 18.° 26 que correfponde á gravidade efpecifica $\frac{24}{32}$; fendo entaõ tres angulos do folido mergulhados para baixo da fecçaõ fuperficial do fluido.

5.° Se a gravidade efpecifica he entre os limites $\frac{24}{32}$, e 0,789 (Fig. XX. XXI. XXII.) o folido fluctûa com huma fuperficie plana para cima, e inclinada ao horizonte por differentes angulos, do mefmo modo dependentes da gravidade efpecifica; os limites dos quaes faõ 26.° 34′, que correfponde á gravidade efpecifica $\frac{24}{32}$, ou 0,75, e 0, que correfponde á gravidade efpecifica 0,789.

6.° Quando a dita gravidade he de huma grandeza entre 0,789, e 1, o folido fluctûa permanente com huma face plana parallela ao horizonte.

Deftas determinaçóes, tambem colligimos, que em quanto o folido da queftaõ, fluctuando na fuperficie fe revolve ao redor do

feu

feu eixo maior por 360°, elle paffa, ou por 16, ou por 8 pofições de equilibrio.

Se a gravidade efpecifica for entre os limites 0,211 e 0,281, ou entre os limites 0,719 e 0,986, o numero deftas pofições ferá 16; das quaes 8 faõ de equilibrio *permanente*, e as outras 8 de equilibrio *inftavel*: Succedendo-fe alternativamente eftas differentes efpecies de equilibrio humas a outras, em quanto o folido fe revolve ao redor do feu eixo.

Se a gravidade efpecifica for de hum valor que naõ caiba entre eftes limites, o folido revolvendo-fe pela circumferencia de 360.° paffará por oito pofições fómente de equilibrio, quatro das quaes feraõ de equilibrio *permanente*, e quatro de equilibrio *inftavel*.

Nas indagações precedentes, o folido fe fuppoz de figura uniforme, e fymetrica a refpeito do eixo de movimento; de modo que todas as fecções verticaes; perpendiculares ao eixo fejaõ iguaes. Mas quando o corpo fluctuante he de tal figura, que as fecções feitas nelle perpendiculares ao eixo em varios pontos, faõ defiguaes; hum differente proceffo, que depende pouco mais, ou menos dos mefmos principios, virá a fer neceffario, tanto para determinar quando o folido haverá de boyar no eftado permanente, ou revirar-fe, como tambem, para determinar as differentes pofições, em que elle deve boyar na fuperficie do fluido.

Seja *EFCD* (Fig. XXIII.) que reprefenta o cylindro (*) collocado na fuperficie do fluido, com o eixo *NP* vertical. Supponhamos que a gravidade efpecifica he tal que obriga o folido a mergulhar á profundidade *QP*, e feja pedido determinar em que cafos, fegundo as dimensões, e gravidade efpecifica do cylindro, elle haverá de fluctuar *permanente* nefta pofiçaõ; e em que cafos fe deve revirar. Seja o rayo $QA = r$; a gravidade efpecifica do folido $= n$, fendo a do fluido $= 1$, e feja G o centro de gravidade do folido, e o centro de gravidade da parte mergulhada $= O$, $GO = d$; *AIBHSA* reprefente huma fecçaõ circular do cylindro, a qual coincida com a fecçaõ do fluido, tire-fe hum diametro *IS*, e

(*) Nefta, e nas feguintes propofições as fuperficies planas que terminaõ os folidos, faõ fempre fubentendidas como perpendiculares ao eixo.

e hum diametro perpendicular a IS; e ſeja o eixo, que paſſa pelo centro de gravidade (á roda de cujo eixo ſe move o cylindro) parallelo a IS: por hum ponto W do diametro IS tire-ſe a ordenada KW perpendicular a IS, e produza-ſe KW, até que ella corte o circulo no ponto H; fazei $QW = z$; $NP = l$; $\pi = 3{,}14159$. Do que já moſtramos (pag. 18.) ſe vê que o ſolido fluctuará *permanente*, na poſiçaõ dada do equilibrio, com o eixo vertical; (quando a fluente de $\frac{\overline{KH}^3 \times \dot{z}}{12V}$ he maior que d, ſignificando a letra V o volume, que eſtá para baixo da ſuperficie do fluido;) eſtá tambem demonſtrado (pag. 18.) que ſe d he maior que fluente de $\frac{\overline{KH}^3 \times \dot{z}}{12V}$, o equilibrio ſerá *inſtavel*; quando a fluente $\frac{\overline{KH}^3 \times \dot{z}}{12V} = d$, o equilibrio ſerá o limite, que ſepara os caſos, em que o ſolido deve boyar com eſtabilidade daquelles, em que o equilibrio he *momentaneo*, e *inſtavel*.

Para determinar o limite no caſo preſente he neceſſario achar a fluente de $\frac{\overline{KH}^3 \dot{z}}{12V}$; porque $QS = r$, e $QW = z$, $WH = \sqrt{r^2 - z^2}$ $KH = 2 \times \sqrt{r^2 - z^2}$, e $\overline{KH}^3 \dot{z} = 8 \times \overline{(r^2 - z^2)}^{\frac{3}{2}} \times \dot{z}$, a fluente da qual quantidade, quando z creſce deſde o, até r he $\frac{8 \times 3 \pi r^4}{16}$ (*), e para ambos os ſemicirculos a fluente de

N $\overline{KB}^3$

(*) Fluente de $\overline{(r^2 - z^2)}^{\frac{3}{2}} \times \dot{z} =$ fluente de $r^2 \times \overline{(r^2 - z^2)}^{\frac{1}{2}} \dot{z}$ — fluente de $\overline{(r^2 - z^2)}^{\frac{1}{2}} z^2 \dot{z}$. Fluente $r^2 \times \overline{(r^2 - z)}^{\frac{1}{2}} \times \dot{z} = r^2 \times$ na área $QBHW$ (Fig. XXIII.) — fluente de $\overline{(r^2 - z^2)}^{\frac{1}{2}} \times z^2 \dot{z} = \frac{r^2 z^2}{8} \times \sqrt{\frac{r^2 - z^2}{z^2}} - \frac{2z^4}{8} \times \sqrt{\frac{r^2 - z^2}{z^2}} + \frac{r^4}{8} \times$ arco $\frac{\dot{H}S}{r}$, eſta deve ſer $= 0$, quando, $z = 0$; por quanto

$\overline{KH}^{3}\times\dot{z}=3\,\pi\,r^4$; e porque $PQ=ln$, e a área do circulo *AIBSA* he $\pi\,r^2$, o volume da parte mergulhada V he $=\pi\,r^2ln$; por quanto $GP=\frac{l}{2}$; e $OP=\frac{ln}{2}$, donde $GO=\frac{l-ln}{2}=d$: e porque a fluente de $\frac{\overline{KH}^{3}\times\dot{z}}{12V}=\frac{3\,\pi\,r^4}{12\,\pi\,r^2ln}$; fazendo fluente de $\frac{\overline{KH}^{3}\times\dot{z}}{12V}=d$, a fim de obter o limite, ou limites, que ſeparaõ os caſos de equilibrio *permanente* dos caſos do equilibrio *inſtavel*, obteremos a equaçaõ $\frac{3\,\pi\,r^4}{12\,\pi\,r^2ln}=\frac{l-ln}{2}$, ou $\frac{r^2}{2l^2}=n-n^2$; $n^2-n=-\frac{r^2}{2l^2}$; ou ſe $2r$ ſe faz $=b=$ ao diametro da baſe, $n^2-n=-\frac{b^2}{8l^2}$, e $n=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}-\frac{b^2}{8l^2}}$. Se com tudo o diametro da baſe tem para o eixo, maior razaõ do que $\sqrt{2}$ para 1; naõ ſe póde aſſignar o valor da gravidade eſpecifica do ſolido, que o fará boyar em hum eſtado de equilibrio *inſenſivel*; ou por outras palavras, naõ ſe acha a gravidade eſpecifica, que ſepara os caſos, em que o cylindro fluctuará *permanente*, daquelles em que elle ſe deve revirar, quando o eixo coincidir na linha vertical. Quando o diametro da baſe tem para o comprimento do cylindro, razaõ menor que $\sqrt{2}:a\;1$ dous valores da gravidade eſpecifica ſe pódem ſempre aſſignar, que determinem os limites dos caſos, em que o ſo-

---

to, a fluente total de $(r^2-z^2)^{\frac{3}{2}}z=r^2\times$ área $QBWH+\frac{r^2z^2}{8}\times\sqrt{\frac{r^2z^2}{z^2}}-\frac{2z^4}{8}\times\sqrt{\frac{r^2-z^2}{z^2}}+\frac{r^4}{8}\times$ arco $\frac{HS}{r}-\frac{\pi r^4}{16}$, por cauſa de ſer o arco $\frac{HS}{r}=\frac{\pi}{2}$, quando $z=0$, ou $SH=SB$; quando $z=r$ eſta fluente que he a de $\overline{(r^2-z^2)}^{\frac{3}{2}}\dot{z}$ no entanto que z augmenta de 0, até r he $=r^2\times$ área $SBQ-\frac{\pi r^4}{16}=\frac{\pi r^4}{4}-\frac{\pi r^4}{16}=\frac{3\pi r^4}{16}$.

lido flućtuará com eftabilidade , ou fe haverá de virar ; ifto he $n = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{b^2}{8l^2}}$. Se a gravidade efpecifica , *for dada* , a razaõ do comprimento do cylindro com o diametro da bafe , fe poderá determinar, que firva de limite nos cafos de *eftabilidade*, ou *inftabilidade* de flućtuaçaõ com o eixo na vertical. Porque fendo $n - n^2 = \frac{b^2}{8l^2}$, fegue-fe que $\frac{b}{l} = \sqrt{8n - 8n^2}$; confeguintemente n, fendo dado , fe o diametro da bafe for para o comprimento do eixo em razaõ menor , que a de $\sqrt{8n - 8n^2}$: a 1 , o folido fe haverá de revirar. Do mefmo modo fe $n = \frac{3}{4}$, $\sqrt{8n - 8n^2} = \sqrt{\frac{3}{2}} = 1,2247$; fe porém , o diametro da bafe tiver para o comprimento do eixo , maior razaõ que a de 1,2247 para 1 , elle flućtuará permanente com o feu eixo vertical ; fe a razaõ for menor , haver-fe-ha de revirar defta pofiçaõ.

Supponha-fe hum paraboloide conico *CEDK* , (Fig. XXIV.) de dimensões dadas , e de gravidade efpecifica tambem conhecida , collocado na fuperficie do fluido com o vertice para baixo , e o eixo do dito paraboloide vertical ; quer-fe determinar (fegundo o comprimento do eixo , e o paramento da parabola , geradora do folido de revoluçaõ ,) os limites dos cafos , em que o folido flućtuará *permanente* ; e aquelles em que , elle fe ha de revirar.

O plano da bafe do paraboloide fe fuppoem perpendicular ao eixo : o plano *CED* reprefenta a fecçaõ , que paffa pelo eixo do folido , a qual he em confequencia huma parabola. Supponhamos , que a gravidade efpecifica he tal , que obriga o folido a mergulhar-fe á profundidade *FE*. Reprefente o plano *AIBHA* huma fecçaõ circular do folido , que coincida com a fuperficie do fluido ; tire-fe hum diametro *HI* , e o diametro *AB* perpendicular a *HI*.

Por hum ponto *W* , no rayo *FH* , tire-fe a ordenada *KM* , perpendicular a *FH* , e fupponhamos que o folido fe move ao redor de hum eixo de movimento , parallelo ao diametro *HI* ; feja o parametro da parabola $= p$, o comprimento do eixo $KE = a$, $FW = z$, a gravidade efpecifica $= n$; $\pi = 3.14159$; além difto feja G o centro

tro de gravidade do ſolido, e O o centro de gravidade da parte mergulhada. Logo, porque o volume mergulhado AEB, he para o volume CED como $\overline{AB}^2 \times EF$ he para $\overline{CD}^2 \times EK$, ou como $\overline{EF}^2$: para $\overline{EK}^2$; e porque o volume mergulhado AEB he para o volume CED, como n para 1, ſegue-ſe que temos $\overline{EF}^2 : \overline{EK}^2 = a^2 :: n$ para 1, e por eſte motivo $EF = a\sqrt{n}$, e $\overline{FB}^2 = pa\sqrt{n}$; recorrendo à expreſſaõ para determinar a eſtabilidade dos corpos fluctuantes, quando as inclinações a reſpeito da poſiçaõ de equilibrio ſaõ muito pequenas, ou fluente de $\frac{\overline{KM}^3 \dot{z} \times s}{12V} - ds$, nós temos no caſo preſente fluente completa de $\overline{KM}^3 \dot{z} = 3\pi \times \overline{FB}^4$; ou por cauſa de ſer $\overline{FB}^4 = p^2a^2n$, a fluente de $\overline{KM}^3 \dot{z} = 3\pi p^2a^2n : V$, ou o volume mergulhado $= \frac{\pi a^2pn}{2}$; e porque pelas propriedades da figura $GE = \frac{2a}{3}$, e $OE = \frac{2a\sqrt{n}}{3}$, temos $GO = \frac{2a - 2a\sqrt{n}}{3} = d$, feitas eſtas ſubſtituições no valor geral, fluente de $\frac{\overline{KM}^3 \dot{z} \times s}{12V} - ds$; eſta expreſſaõ ſe torna $= \frac{3\pi p^2a^2n \times 2 \times s}{12 \times \pi a^2pn} - \frac{\overline{2a - 2a\sqrt{n} \times s}}{3}$, que ſendo feita $= 0$, a fim de obter o valor do limite procurado, teremos $\frac{p}{2} - \frac{2a - 2a\sqrt{n}}{3} = \frac{3p - 4a - 4a\sqrt{n}}{6} = 0$, e $\sqrt{n} = \frac{4a - 3p}{4a}$; conſeguintemente $\sqrt{n} : 1 :: a - \frac{3p}{4} : a$.

Deſta determinaçaõ de valores, ſe moſtra que, ſe o eixo for para o parametro em razaõ menor, que a de 3 para 4; naõ ſe póde aſſignar gravidade eſpecifica ao ſolido, por effeito da qual elle fluctûe, naquelle equilibrio de indifferença, ou no que tem o meio entre a *inſtabilidade*, e a *eſtabilidade* de fluctuaçaõ; em ſegun-

gundo lugar, se a gravidade especifica do solido tem maior razaõ para a do fluido, *do que a que tem o quadrado da differença, entre o eixo, e tres quartos do parametro: para o quadrado do eixo*, (sendo collocado o eixo perpendicularmente) o solido fluctuará com *estabilidade nesta posiçaõ*; em terceiro lugar, se a gravidade especifica do solido tem para a do fluido menor razaõ, que o *quadrado da sobredita differença tem para o quadrado do eixo*; se haverá de revirar, toda a vez que for collocado no fluido com o eixo na vertical, e haverá de *estabelecer-se* em estado *permanente*: boyando com o eixo inclinado á dita linha vertical.

Estes limites concordaõ precisamente com os que saõ demonstrados por Archimedes no segundo livro do seu tractado, intitulado: *De iis quæ in humido vehuntur* (*) proposiçaõ III., e proposiçaõ IV.

Se a gravidade especifica do paraboloide conico for menor, que o limite que exactamente se indagou, e se o eixo for para o parametro em razaõ maior que a de 3 para 4, e menor que a de 15 para 8, haverá de boyar permanente no fluido, com o eixo inclinado ao horizonte, e com a base totalmente fóra da superficie, tambem inclinada, por hum angulo qualquer, menor, que 90°, o qual angulo se póde bem determinar pela construcçaõ geometrica seguinte, sujeita á limitaçaõ, que haverá de resultar da mesma construcçaõ, ou do calculo fundado sobre ella.

Seja a secçaõ do cone paraboloide representada por $ASBTD$ (Fig. XXV.) a qual secçaõ será huma parabola. Seja dividido o eixo BE em tres partes iguaes, huma das quaes he EF. Pelas propriedades desta figura, F será o centro da gravidade do solido. Na linha FB tomai FH igual á ametade do parametro, e por H tirai a linha indefinida ΓGZ perpendicular a BE, e na linha GZ tome-se $HK = FB$; e na linha $H\Gamma$, tome-se HI, a qual será para HK, na razaõ da gravidade especifica do solido para a do fluido; e divida-se IK em duas partes iguaes no ponto L; com

(*) As demonstrações de Archimedes, que dizem respeito ao cone paraboloide, saõ fundadas na hypothese, de que este solido he gerado pela revoluçaõ de huma parabola rectangular ao redor do seu eixo: mas naõ he preciso fazer attençaõ ao angulo do vertice, porque dado o cone se póde achar nelle a secçaõ semelhante a huma parabola dada, inda que naõ seja o cone rectangulo no dito vertice, sendo o eixo de sufficiente comprimento.

o centro L, e o rayo LI, defcreva-fe o femicirculo KOI, que corte o eixo BE no ponto O; por O tire-fe OC parallela a KI, e que corte a parabola no ponto C, e tire-fe PCN tangente a parabola no ponto C. Por C tire-fe a linha indefinida CR parallela a BE, que corte a linha KI no ponto G, na linha CR tome-fe GQ igual a meio GC, e por Q tire-fe SQT parallela a PCN. Quando o cone parabolico fluctuar no eftado de permanencia, e defcanço, a fuperficie do fluido coincidirá com a linha SQT, e o eixo ferá inclinado ao horizonte pelo angulo ONC: pelos pontos F e G, tire-fe a linha indefinida FGM.

A ordem da demonftraçaõ ferá a feguinte. 1.° Moftrar que fegundo a conftrucçaõ o volume da parte mergulhada $SCBT$; he para todo o folido na mefma razaõ, que a gravidade efpecifica do folido he para a do fluido.

2.° Moftrar, que o centro de gravidade da parte mergulhada, e o centro de gravidade do folido, eftaõ na mefma linha vertical; e confeguintemente a conftrucçaõ haverá de pôr o folido em huma pofiçaõ de equilibrio:

3.° Demonftrar, que o equilibrio affim conftituido he o de eftabilidade. Porque, pelas propriedades do circulo, HI he para HK, como o quadrado de OH, he para o quadrado de HK; como o quadrado de CQ $\left(=\frac{3}{2}\times HO\right)$: he para o quadrado de BE $\left(=\frac{3}{2}\,BF\right)$; além difto porque por conftrucçaõ a gravidade efpecifica do folido he para a do fluido como HI: para HK; fegue-fe que affim como a gravidade efpecifica do folido he para a gravidade efpecifica do fluido, affim he o quadrado de CQ para o quadrado de BE; e confeguintemente eftá provado, que quando efte folido fluctúa, fegundo a pofiçaõ defcripta na conftrucçaõ, o volume mergulhado $SCBT$: ferá para a grandeza total, como a gravidade efpecifica do folido he para a do fluido, o que primeiramente fe demonftrou.

Em fegundo lugar, por quanto CQ he a abfciffa do fegmento SCT, que correfponde ao vertice C, e á ordenada SQ, e por conftrucçaõ $CG=2\,GQ$, fegue-fe das propriedades do folido, que G he o centro de gravidade do fegmento, ou da parte mergulhada

da $SCBT$. Pelas propriedades da parabola, assim como ON: he para CO; assim he CO: para metade do parametro, isto he, como $ON : CO :: CO = GH : FH$; e demais porque os triangulos GHF, CON, tem cada hum delles hum angulo recto, e os lados que comprehendem os angulos iguaes saõ proporcionaes, segue-se que saõ semelhantes os triangulos; e por tanto o angulo $OCN =$ ao angulo NFG: a somma dos angulos FNC, NFC, he por tanto igual a hum angulo recto, e a linha FGM he perpendicular á linha horizontal PCN; e porque F por construcçaõ he o centro de gravidade do cone parabolico, e G, se tem provado ser o centro de gravidade da parte mergulhada, e a linha FGM he perpendicular ao horizonte, segue-se que os centros do solido total, e da parte mergulhada estaõ na mesma linha vertical, e conseguintemente o solido se acha em huma posiçaõ de equilibrio, conforme a construcçaõ.

Terceiro: Este equilibrio he o de estabilidade; porque se deve entender, que o solido se revolve ao redor do seu eixo, (que passa pelo centro de gravidade) por hum pequeno angulo, e em huma direcçaõ tal, que deprime humas partes para D, e eleva outras para A; neste caso o ponto mais baixo da curva será situado entre C, e B: Supponha-se, ser este em W, tire-se $WX = CQ$, parallela a BE, e tome-se $Wg = \frac{2}{3}$ de WX.

Logo porque (*) $\overline{CQ}^2$: he para $\overline{BE}^2$:: como a gravidade especifica do solido, para a do fluido; he evidente que de qualquer fórma que o eixo BE for inclinado ao horizonte: $\overline{CQ}^2$, e por conseguinte CQ deve continuar sempre com o mesmo valor; e por tanto $\frac{2}{3}$ de $CQ = \frac{2}{3}$ de WX, ou $CG = Wg$; conseguintemente g he o centro de gravidade da parte mergulhada depois da inclinaçaõ; e porque a abscissa, ou porçaõ do diametro, intercepto (entre o ponto mais baixo, e a superficie do fluido) deve ser sempre da mesma grandeza, em quanto, a gravidade especifica for a mesma; e pela construcçaõ Wx se fez igual á abscissa CQ, segue-se

(*) Pag. 45.

ſe que quando o ſolido for inclinado de maneira que o ponto mais baixo haja de coincidir com W, $CG = wg$, e conſeguintemente wg he ſempre menor que wV; ſe pois tirarmos a linha gz pelo centro de gravidade g, perpendicular ao horizonte, o ponto de interſecçaõ z com a linha horizontal RU, cahirá entre os pontos F, e U; e o esforço do fluido, actuando na direcçaõ da linha gz cauſará hum movimento angular no ſolido, (*) que eleva o ponto D, e deprime no fluido o ponto A, ou por outras palavras, haverá de contrapezar a inclinaçaõ do ſolido, pela qual elle he tirado da ſua poſiçaõ de equilibrio. Pelo meſmo methodo de argumentar ſe moſtra, que ſe o ſolido he inclinado em direcçaõ contraria, huma nova força ſe fórma pela poſiçaõ do centro de gravidade da parte mergulhada, a qual reſtitue o ſolido á ſua primeira ſituaçaõ; como achamos pela conſtrucçaõ; a qual repoem o ſolido em huma poſiçaõ de equilibrio *permanente*.

Varias condições, pelas quaes eſta conſtrucçaõ he limitada, ſe deduziraõ mais facilmente da indagaçaõ analytica, do que recorrendo ás conſtrucções Geometricas.

Para repreſentar em termos geraes o angulo CNO, com que o ſolido ſe inclina ao horizonte; ſeja $BE = a$; $2HF$, ou o parametro $= p$; ſeja a gravidade eſpecifica do ſolido para a do fluido, como n: para 1; conſeguintemente $FH = \frac{p}{2}$; $BH = \frac{2a}{3} - \frac{p}{2} = \frac{4a - 3p}{6}$; e porque pela conſtrucçaõ $KH : HI :: 1 : n$, e $KH = BF = \frac{2a}{3}$; ſegue-ſe, que $HI = \frac{2an}{3}$, e $HO = \frac{2a\sqrt{n}}{3}$; conſeguintemente $OB = HB - HO = \frac{4a - 3p}{6} - \frac{2a\sqrt{n}}{3} = \frac{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}{6}$; $CO = \sqrt{\frac{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}{6}} \times \sqrt{p}$: e porque $ON = \frac{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}{3}$, ſe vê, que CO: ſerá para ON; iſto he a tangente do angulo de inclinaçaõ CNO: ſerá para o rayo, como

(*) Pag. 15.

mo $\sqrt{\frac{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}{6}} \times \sqrt{p}$, he para $\frac{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}{6}$, ou como $\sqrt{\frac{\frac{3}{2} \times p}{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}}$, he para 1. Quando porém o angulo *CNO* se faz igual a 90.°, que he, quando o solido bóya com o eixo em huma posiçaõ vertical, a tangente da inclinaçaõ $\sqrt{\frac{\frac{3}{2}p}{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}}$, se torna infinita, ou, o que vem a ser o mesmo, quando $4a - 3p - 4a\sqrt{n} = 0$; e conseguintemente $\sqrt{n} = \frac{4a - 3p}{4a}$, que precisamente coincide com o limite, deduzido, por hum differente methodo (*) de indagaçaõ.

Mas huma outra questaõ se apresenta aqui. He evidente que esta construcçaõ tem lugar sómente quando o solido fluctúa de maneira, que o total da base *AD* esteja fora do fluido, e por cima da superficie delle. Falta porém saber em que casos esta condiçaõ tem lugar, e qual deva ser o valor da gravidade *especifica*, e a razaõ do eixo, ao parametro, quando o solido fluctuar permanente; e com a condiçaõ, de que á superficie do fluido passe por huma das extremidades da base *A*.

O resultado dará os limites, ou o limite, (senaõ houver mais que hum) que separe os casos da fluctuaçaõ permanente, estando a base do solido inteiramente fóra, ou para cima da superficie do fluido; e os outros casos, em que huma porçaõ da base está mergulhada, abaixo delle. Ora conservando-se as mesmas denominações; porque (Fig. XXVI.), OB ou $BN = \frac{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}{6}$, e $EB = a$, sommando teremos $EN = \frac{10a - 3p - 4a\sqrt{n}}{6}$; e porque $NW = CQ$ (**) $= a\sqrt{n}$, segue-se que $EW = EN - NW =$

(*) Pag. 42.

(**) Pela precedente indagaçaõ se mostra que $HO = \frac{2a\sqrt{n}}{3}$; e porque $HO = GC$, e $GQ = \frac{1}{2} GC$, segue-se que CQ, ou $NW = a\sqrt{n}$.

$\frac{10a - 3p - 10a\sqrt{n}}{6}$; e porque $AE = \sqrt{ap}$; e a tangente do angulo CNO, ou AWE, tem para o rayo, a mesma razaõ de EA para EW, ou como $\sqrt{ap} : \frac{10a - 3p - 10a\sqrt{n}}{6}$, e porque $AE = \sqrt{ap}$, a tangente do angulo CNO, ou AWE, he para o rayo, como EA para EW; ou como $\sqrt{ap} : \frac{10a - 3p - 10a\sqrt{n}}{6}$; isto he, fazendo o rayo $= 1$, a tangente do angulo AWE, ou CNO he $= \frac{\sqrt{ap} \times 6}{10a - 3p - 10a\sqrt{n}}$, mas a tangente (*) de CNO he $= \sqrt{\frac{\frac{3}{2} \times p}{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}}$, as quaes ambas quantidades saõ por tanto iguaes, ou $\frac{\sqrt{ap} \times 6}{10a - 3p - 10a\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\frac{3}{2}p}{4a - 3p - 4a\sqrt{n}}}$; ou fazendo $1 - \sqrt{n} = m$, $\frac{\sqrt{ap} \times 6}{10ma - 3p} = \sqrt{\frac{\frac{3}{2} \times p}{4ma - 3p}}$; e quadrando ambos os membros $\frac{36ap}{100m^2a^2 - 60map + 9p^2} = \frac{3p}{2 \times 4ma - 3p}$, ou $\frac{24a}{100m^2a^2 - 60map + 9p^2} = \frac{1}{4ma - 3p}$, que se reduz á equaçaõ $100m^2a^2 - 60map + 9p^2 = 96ma^2 - 72ap$; ou $m^2 - \frac{60pa + 96a^2}{100a^2} \times m = \frac{-9p^2 - 72ap}{100a^2}$.

Por quanto $m = \frac{30pa + 48a^2}{100a^2} \pm \sqrt{\left(\frac{30ap + 48a^2}{100a^2}\right)^2 - \frac{9p^2 + 72ap^2}{100a^2}}$

$= \frac{30p + 48a}{100a} \pm \sqrt{\frac{576a^2 - 1080ap}{2500a^2}} =$

$\frac{15p + 24a \pm \sqrt{576a^2 - 1080pa}}{50a}$; conseguintemente restituindo o va-

(*) Pag. 51.

valor de $m = 1 - \sqrt{n}$, $1 - \sqrt{n} = 15p + 24a \pm \sqrt{\frac{576a^2 - 1080ap}{50a}}$;

e daqui temos $\sqrt{n} = \frac{26a - 15p \pm 6\sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50a}$.

Varias illações se deduzem desta determinação. Em primeiro lugar, posto que o objecto da precedente questão, foi achar hum valor sómente da gravidade especifica, que motivasse fluctuar o solido em equilibrio *permanente*, com a extremidade da base, *coincidindo* na superficie do fluido; com tudo pelo resultado, se vê que ha dous valores da gravidade especifica, que satisfazem a esta condição debaixo de certa excepção, que aliàs se descobre pela solução; isto he, que o *eixo* a será para o *parametro* p em maior razaõ que a de 15 a 8; porque se esta razaõ for menor, $8a$ será menor que $15p$; e neste caso $\sqrt{8a - 15p}$ se torna impossivel.

Das ditas circumstancias se póde inferir, que toda a vez que, o eixo tiver para o parametro menor razaõ, do que 15 para 8, haverá de fluctuar permanente sobre o fluido com a base toda a cima do fluido, seja qual for a gravidade especifica do solido. Este limite he precisamente o mesmo, que está demonstrado por Archimedes no 2.° livro do seu Tratado, que já citamos *De iisque in humido vehuntur*; Proposição VI. Quando o eixo tem maior razaõ para o parametro, que a de 15 : 8, o solido haverá de fluctuar no equilibrio *permanente* de hum dos dous modos; ou com a base toda fóra do fluido, ou parte; sómente mergulhada dentro do fluido, conforme a gravidade especifica. Se o eixo a : tiver para p *parametro* : maior razaõ que 15 para 8, fazendo a gravidade especifica, $n = \left(\frac{26a - 15p + 6 \times \sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50a}\right)^2$, ou $n = \left(\frac{26a - 15p - 6 \times \sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50a}\right)^2$, sendo a gravidade especifica do *fluido* $= 1$, o solido fluctuará com a extremidade da base tangente á superficie do fluido. Se a gravidade especifica for maior, que $\left(\frac{26a - 15p + 6\sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50a}\right)^2$, o solido haverá de fluctuar com a base toda fóra do fluido.

Se

Se a gravidade eſpecifica do ſolido he para a do fluido em qualquer razaõ, que ſeja entre os limites de

$$\left(\frac{26a - 15p + 6 \times \sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50}\right)^2$$ (*) para a^2, e

$$\left(\frac{26a - 15p - 6 \times \sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50}\right)^2$$ para a^2, o ſolido haverá de fluctuar, com a baſe em parte mergulhada, para baixo da ſuperficie do fluido.

Eſtes limites ſaõ determinados pela conſtrucçaõ geometrica no Tratado a cima citado (Lib. XI. Propoſ. X., e ſeg.), a qual conſtrucçaõ poderá na indagaçaõ precedente ſervir como de Comento, e Analyſe; e alguma explanaçaõ deſta eſpecie, ſe póde julgar mais neceſſaria, quanto ſenaõ achaõ na dita *Obra*, veſtigios do methodo, porque foi reſolvido hum Problema de taõ grande difficuldade, ſem o ſoccorro das Operações Analyticas; e a final, de huma qualquer Analyſe, que pareceſſe competente para ſemelhante queſtaõ. (**)

Eſta conſtrucçaõ de Archimedes, póde-ſe julgar juſtamente como (***) hum dos mais curioſos reſtos da Syntheſe Geometrica dos Antigos, e vai aqui mettida, a fim de que pela ſua elegancia ſe veja em hum ponto de viſta mais *conveniente*, entre as *ſoluções* pela Analyſe, e pela Conſtrucçaõ Geometrica.

Sendo dada a parabola *APBL* (Fig. XXVII.) que he huma ſecçaõ do cone parabolico, que paſſa pelo eixo *BD*, ſendo dado o eixo *BD*, que ſeja para o parametro em maior razaõ, que a de

(*) Sendo a gravidade eſpecifica do fluido 1, a multiplicaçaõ dos dous termos por a^2 faz deſapparecer o denominador de hum termo, e apparecer a^2 no numerador do outro.

(**) Antes de ſe demonſtrar ſyntheticamente huma propoſiçaõ, he preciſo que ſe indague, ou deſcubra por alguns previos raciocinios: Suppoem-ſe que os Geometras antigos de propoſito occultavaõ a analyſe da ſuas propoſições: mas como naõ ſe produz huma evidencia, que ſatisfaça, para *prova deſta conjectura*, he de crer que o ſegredo, ou myſterio ſuppoſto, naſça da falta de caracteres, ou ſignificaçaõ propria, pela qual as queſtões analyticas ſe podeſſem convenientemente exprimir.

(***) Lib. II. Propoſ. X. *De iisque humide vehuntur.*

de 15 a 8, pódem-se exprimir por construcçaõ as duas razões, que deve ter a gravidade especifica do cone paraboloide, para a do fluido; de maneira que, o solido haja de fluctuar permanente no fluido, quando a superficie delle passa por huma extremidade da base. BD represente o eixo do paraboloide, DA seja a maior ordenada do eixo, juntem-se os dous pontos B, e A, e divida-se em duas iguaes a linha BA no ponto T; tire-se TH perpendicular a AD; e com o eixo TH, e a ordenada AH, descreva-se a parabola ATD; no eixo BD, corte-se $DK = \frac{1}{3} DB$, e faça-se $KR = \frac{1}{2}$ parametro; além disto, corte-se KC para DB, na razaõ de 4 a 15, consequintemente DB tem maior razaõ para KR, que 15 : 4; e porque KR, he metade do parametro, segue-se que o eixo, he ao parametro, em maior razaõ, que a de 15 a 8. Pelo ponto C, tire-se CE parallela a DA, que corte BA no ponto E, e tire-se EZ perpendicular a AD. Com a ordenada AZ, e o eixo ZE descreva-se a parabola AEI; e pelo ponto R, tire-se a linha RGY, que corta a parabola AEI, nos pontos G, e Y; pelos pontos G e Y, tirem-se as linhas ON, PQ perpendiculares a AD, que cortem a parabola ATD nos pontos X, e F. Logo a proposiçaõ affirma que o solido fluctuará *permanente* no fluido com a superficie, ou secçaõ superficial do fluido em contacto com hum ponto qualquer da base, quando a gravidade especifica do solido for para a do fluido, como o quadrado da linha OX para o quadrado do eixo BD, ou como o quadrado da linha PF para o quadrado do eixo BD.

Em vez de expor a Demonstraçaõ Geometrica desta construcçaõ, será mais expedito no presente caso proceder por hum methodo inverso, isto he suppor a construcçaõ verdadeira, e deduzir della as proporções das gravidades especificas da questaõ, para comparar as proporções, assim deduzidas, com as outras, que se acharáõ por meio da analyse.

Procedendo por este methodo tirem-se pelos pontos X, e O as linhas SX, e OY parallelas a AD, e porque o eixo $DB = a$, e $DK = \frac{a}{3}$ por construcçaõ, e $KC = \frac{4a}{15}$, segue-se que, $DC =$

$\frac{9a}{15}$, e $BC = \frac{6a}{15}$, mas pelas propriedades da parabola $DA = \sqrt{pa}$, e os triangulos ABD, ECB, por ferem femelhantes daõ $EC = \frac{DA \times BC}{BD} = \frac{\sqrt{ap} \times 6}{15} = ZD$; além difto $DB : ZE$, ou $DC ::$ $DA : ZA$, ifto he $a : \frac{9a}{15} :: \sqrt{ap} : ZA = \frac{9\sqrt{ap}}{15}$, e confeguintemente o parametro da parabola $AEI = \frac{\overline{AZ}^2}{ZE} = \frac{\overline{AZ}^2}{DC} = \frac{9 \times 9 \times ap}{15 \times 15} \times \frac{15}{9a} = \frac{9p}{15}$. E porque $RC = EM = KC - KR = \frac{8a - 15p}{30}$, e $\overline{ZN}^2 =$ ao parametro da parabola, $AEI \times ME$, fegue-fe que $ZN = \sqrt{\frac{ME \times 9p}{15}} = \sqrt{\frac{8pa - 15p^2}{50}}$, e $ND = ZD - ZN = EC - ZN = \frac{\sqrt{ap} \times 6}{15} - \sqrt{\frac{8ap - 15p^2}{50}} = \frac{\sqrt{8ap} - \sqrt{8ap - 15p^2}}{\sqrt{50}}$ e $BY = \frac{ND^2}{p} = \frac{16a - 15p - 4\sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50}$, e $YD = ON = a - \frac{16a - 15p - 4\sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50}$, $= \frac{34a + 15p + 4\sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50}$; e porque $HN = HD$ (*) $- ND$, teremos $HN = HD = HA = \frac{\sqrt{ap}}{2} - \frac{\sqrt{8ap} - \sqrt{8ap - 15p^2}}{\sqrt{50}} = \frac{\sqrt{ap} + \sqrt{16ap - 30p^2}}{10}$ (**), e $TS = \frac{\overline{HN}^2}{\text{parametro de } ATD} = \frac{17a - 30p + 2\sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50}$; além dif-

(*) $HD = HA = \frac{\sqrt{ap}}{2}$.

(**) Reduzindo a factores $\sqrt{50}$ dito.

difto porque $TH = \frac{a}{2}$, e $NX = TH - TS$, fegue-fe que $NX =$

$$\frac{a}{2} - \frac{17a - 30p + 2\sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50} =$$

$\frac{8a + 30p - 2\sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50}$; ou finalmente $OX =$

$$ON - NX = \frac{34a + 15p + 4 \times \sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50}$$

$$- \frac{8a + 30p - 2 \times \sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50} =$$

$$\frac{26a - 15p + 6\sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 5p}}{50}.$$

Por huma computaçaõ femelhante á precedente fe acha que a linha $PF = \frac{26a - 15p - 6\sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50}$.

He por tanto huma confequencia da conftrucçaõ geometrica, que fe fuppoz verdadeira, que o paraboloide haverá de fluctuar em equilibrio permanente, com a extremidade da bafe, em contacto com a fuperficie do fluido, fe a gravidade do folido for para a do fluido em alguma das duas razões; ou como $\left(\frac{26a - 15p + 6 \times \sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50}\right)^2$: para a^2 (*); ou como $\left(\frac{26a - 15p - 6 \times \sqrt{2a} \times \sqrt{8a - 15p}}{50}\right)^2$: para a^2; que concorda precifamente com as proporções, que fe deduziráõ da refoluçaõ analytica; pela qual conformidade, tanto à conftrucçaõ, como à indagaçaõ fe confirmaõ, huma à outra. Obfervou-fe no contexto das paginas antecedentes, que os theoremas analyfados para defcobrir a pofiçaõ, fluctuante, dos corpos, faõ naõ menos applicaveis a determinar a *eftabilidade da fluctuaçaõ*, do que à refiftencia, que a preffaõ do fluido oppoem a qualquer força, applicada a defviar o corpo fluctuante, da fua pofiçaõ de equilibrio.

Ef-

(*) Multiplicando os dous termos por a^2.

Eſte ultimo he hum ramo da ſtatica, que merece toda a attençaõ, que a theoria e a pratica experimental pódem preſtar-lhe, pela immediata relaçaõ, que tem com o movimento, e equilibrio dos navios no mar.

Por eſte principio o impulſo do vento ſe torna effectivo para o movimento progreſſivo do navio; ou por outros termos, para lançar para vante o navio, que faltando-lhe a eſtabilidade, obedece mais depreſſa á deviaçaõ da perpendicular, para metter a borda, do que a caminhar para vante, pela força do vento; e quando hum navio vai a virar-ſe por hum choque dos elementos, ha huma força de eſtabilidade, que o ſuſtenta; e ſe ella he ſufficiente o vai pouco, e pouco reſtituindo á ſua poſiçaõ vertical.

A eſtabilidade do corpo fluctuante, quando elle he inclinado por algum angulo qualquer, com a poſiçaõ vertical, ſe obteve já indagando hum valor geral da diſtancia perpendicular GZ (*) $= \frac{bA}{V} - ds$ (Fig. II.); que he a diſtancia entre as duas linhas verticaes huma das quaes, paſſa pelo centro de gravidade do ſolido, e a outra, pelo centro de gravidade da parte mergulhada.

Eſte principio ſe deve agora applicar, para determinar a eſtabilidade dos navios: iſto ſe conſeguirá achando, ou por conſtrucçaõ, ou por calculo, o comprimento da linha GZ: e ſe o pezo do vaſo for W, a medida da eſtabilidade ſerá $ZG \times W$, pela qual ſe vê de plano, que ſe huma força qualquer M, for applicada a huma diſtancia do centro de gravidade SG (Fig. II.), e em huma direcçaõ perpendicular a SG, para contrabalançar a força da eſtabilidade, haverá lugar a equaçaõ $M \times SG = W \times GZ$.

No caſo particular, quando os angulos, porque os ſolidos fluctuantes ſe inclinaõ, ou deſviaõ da poſiçaõ do equilibrio, ſaõ muito pequenos, a linha GZ (Fig. II.) ſe achou ſer fluente $\frac{\overline{AB}^3 \times \dot{z} \times s}{12V} - ds$, em cuja expreſſaõ $\dot{z}$ he huma pequena porçaõ de

(*) Pag. 13.

de huma linha, que ſe tira, coincidindo com a ſuperficie do fluido, e parallela ao eixo do movimento; AB he a largura do ſolido, à ſuperficie d'agua, que correſponde á linha z parallela ao eixo; V he o total deslocamento do fluido, ou o volume mergulhado; d, he a diſtancia GO; e s o ſeno do pequeno angulo de deviaçaõ, ou inclinaçaõ com a vertical, no equilibrio. Pelo que reſpeita a eſta expreſſaõ, deve-ſe obſervar, que huma vez que

$\frac{\text{fluente de } \overline{AB}^3 \times s \times \dot{z}}{12V} = ET$ (Fig. II.), e $d = OG = EG$, ſegue-ſe que $\frac{\text{fluente de } \overline{AB}^3 \dot{z}}{12V} = ES$, e fluente de $\frac{\overline{AB}^3 \dot{z}}{12V} - d = GS$; a qual quantidade he conſtantemente a meſma, ſeja qual for a inclinaçaõ do equilibrio, com tanto que, ſejaõ muito pequenas as inclinações; iſto he o ponto S he immovel a reſpeito do ponto G, em quanto o corpo fluctuante, ſe revolve por quaeſquer pequenos angulos, ao redor do eixo, que paſſa pelo centro de gravidade G, em huma direcçaõ perpendicular ao plano $ADHB$. Porque huma vez que, a medida da eſtabilidade $GZ \times W$ he fluente de $\frac{\overline{AB}^3 \times \dot{z}s}{12V} - ds \times W$, e $\frac{\text{fluente de } \overline{AB}^3 \times \dot{z}}{12V} - d = GS$ (Fig. II.), ſegue-ſe, que a medida de eſtabilidade $= W \times SG \times s$, concorda com o valor, que Euler deduzio, por outros methodos, para exprimir a eſtabilidade dos navios, quando os angulos de inclinaçaõ tem a propriedade de quantidades deſvanecentes. (*) Se $SG = 0$, iſto he, ſe o centro de gravidade do ſolido coincide com o centro de *equipendencia*, S, denominado por outro modo, *metacentro*, ou centro de equilibrio, a eſtabilidade ſerá $= 0$, ou por outros termos, o ſolido fluctuará em todas as poſições do meſmo modo, ſem esforço para ſe reſtituir á poſiçaõ vertical, quando he deſviado della; ou para por ſi meſmo ſe inclinar, (ſempre na hypotheſe de que os angulos de inclinaçaõ tem ſido muito pequenos). Quando o centro de gravidade eſtá ſituado abaixo do meta-

R

(*) Theorie complette de la conſtruction des vaiſſeaux.

tacentro, o ſolido deve fluctuar com *eſtabilidade*; a medida da qual he $W \times SG \times s$, em cujo caſo eſta força actûa no ſolido, para o fazer gyrar em huma direcçaõ contraria à aquella, em que o ſolido foi deſviado da poſiçaõ vertical; mas quando o centro de gravidade he collocado a cima do metacentro, (Fig. II.) a quantidade $W \times SG \times s$ paſſando pelo o, ſe torna em huma força, que actûa com o fim de fazer gyrar o ſolido na meſma direcçaõ, em que elle foi já inclinado, e que virá a formar o equilibrio de inſtabilidade.

A determinaçaõ do ponto S, vem a ſer por eſtas razões de importancia, na eſtimaçaõ da eſtabilidade dos navios, e dos outros corpos, quando os angulos de inclinaçaõ ſaõ muito pequenos, e he particularmente de proveito, quando ſe tem de determinar, ſe o ſolido collocado no fluido, haverá de fluctuar *permanente*, ou haverá de ſe revirar. Porque quando ſaõ muito pequenos os angulos de inclinaçaõ, ou quando ſaõ quantidades deſvanecentes, depende da eſtabilidade, ou inſtabilidade de fluctuaçaõ o continuar o ſolido em huma poſiçaõ de equilibrio, fluctuando em quietaçaõ, ou revolvendo-ſe ſobre o ſeu eixo; até que ſe eſtabeleça em alguma outra poſiçaõ *eſtavel*.

Eſtes theoremas para a medida da eſtabilidade, ſendo ſómente applicaveis, quando os angulos de inclinaçaõ ſaõ muito pequenos; toda a vez que hum navio, ou outro corpo for inclinado 10.°, 15.°, ou 20.°, a eſtabilidade de fluctuaçaõ ſe obterá, recorrendo ao theorema demonſtrado já (*), onde ſe fez ver, que a eſtabilidade de hum vaſo he comenſurada pelo ſeu pezo, e a *diſtancia* entre as duas linhas verticaes, que paſſaõ pelo centro de gravidade do meſmo vaſo, e o centro de gravidade do *volume mergulhado*; repreſente-ſe por s o ſeno de inclinaçaõ do ſolido com a vertical; $V =$ ao deslocamento total, ou ao volume da parte mergulhada, (por outros termos;) $A =$ ao volume que ſe mergulha por effeito de *inclinaçaõ*, $b =$ á linha horizontal bc; $d =$ á linha GO (Fig. II.), e $W =$ ao pezo do vaſo; a medida da eſtabilidade do vaſo, ſe verá, por eſte theorema, que he $W \times GZ = \overline{\frac{bA}{V} - ds}$

$\times$

(*) Pag. 11, e 12.

XIV. Havendo de applicar esta expressaõ à algum caso practico, suppoem-se conhecida a posiçaõ do centro de gravidade do navio, e a posiçaõ do centro de gravidade do volume mergulhado, quando se acha collocado o navio na sua *posiçaõ perpendicular*, e em consequencia, a distancia dos dous centros de gravidade representada por $GO = d$, he tambem *dada.* O total deslocamento, supponha-se, determinado por algumas experiencias, precedentes; e a sua grandeza se denote por V, e conseguintemente, o pezo de huma quantidade de agua cujo volume he V, será $= W$, ou por outra expressaõ, este será o pezo do *vaso*: s, que he o seno do angulo de inclinaçaõ a respeito da posiçaõ vertical, he necessariamente dado, por natureza do caso; e deve ser de huma certa grandeza. A quantidade unica, a qual resta para ser determinada, a fim de avaliar a estabilidade do vaso, he bA. Para facilitar esta determinaçaõ as observações seguintes se devem prenotar.

Se concebermos huma linha, que passa pelo centro de gravidade de poppa á proa, e parallela ao horizonte, no estado em que o navio se acha na posiçaõ vertical, esta linha será chamada, *eixo maior*, para a distinguir de outra linha, tambem horizontal, que passa pelo centro de gravidade, em huma direcçaõ perpendicular á primeira, e he chamada *eixo menor*, ou eixo *transversal.*

Hum plano vertical, que passe pelo eixo maior, quando o vaso se acha na posiçaõ vertical, o divide em duas partes iguaes, e semelhantes perfeitamente; e neste caso particular as figuras dos navios se pódem chamar *regulares*; posto que a outros respeitos sejaõ de fórmas, que se naõ sujeitaõ a proporções algumas uniformes: Da igualdade destas duas metades do navio, deve necessariamente succeder, que quando elle fluctûa em huma posiçaõ permanente, e de quietaçaõ, as partes semelhantes nos lados oppostos sejaõ igualmente elevadas sobre a superficie da agua.

Hum navio boyando assim, em huma posiçaõ de equilibrio, póde-se conceber, estar dividido em duas partes, pelo plano horizontal, que coincide com a superficie d'agua; e a secçaõ formada por este plano, que passa pelo corpo do vaso, he chamada secçaõ *da linha d'agua carregada*, e he representada na Fig. II. como coincidindo com a linha AB; quando o navio he obrigado a dar a borda, inclinando-se ao redor do eixo maior, por hum angulo SGK, ou

NXB

NXB (Fig. II.), o plano que no navio ſe repreſenta pela linha *AB*, ſerá transferido á poſiçaõ *IN*, e a ſecçaõ d'agua haverá agora de paſſar pelo vaſo em huma direcçaõ do plano, que coincida com *AB*, inclinado ao primeiro plano pelo angulo *NXP*, e póde-ſe chamar, méramente para o diſtinguir, *linha ſecundaria d'agua.*

Eſtes dous planos ſe cortaõ reciprocamente hum, e outro, na linha, que ſe projecta pelo ponto *X* no plano *ABDH*, e porque ſuppondo-ſe o vaſo inclinado ao eixo maior, he de conſequencia, que a linha de interſecçaõ, notada pela projecçaõ do ponto *X*, ſeja ***parallela*** a eſte eixo: e tambem porque, ſegundo as leis da hydroſtatica, o volume *PXN*, que foi mergulhado em conſequencia da inclinaçaõ, he igual ao volume *IXW*, que foi elevado ſobre a ſuperficie d'agua, os ditos planos, pela meſma razaõ ſaõ preciſamente iguaes; a ***poſiçaõ*** da linha repreſentada pelo ponto *X* (ſempre parallela ao eixo) dependerá da figura, que ſe der aos lados, do vaſo, *PN*, *WI*. Temos já viſto que, quando a figura he hum parallelepipedo, fluctuante, com dous angulos planos tambem mergulhados, o ponto *X* (Fig. VI.) divide em duas partes iguaes as linhas, que correſpondem a *AB*, ou *IN* na Fig. II.; e quando o meſmo ſolido fluctûa com hum angulo plano, ſómente mergulhado, (Fig. X.) o ponto *X*, ſe affaſta para aquellas partes do ſolido, que ſaõ mais mergulhadas por effeito da inclinaçaõ. Em hum navio, a largura do qual ſucceſſivamente varía de grandeza de poppa á proa, mas naõ em huma proporçaõ regular, que ſe poſſa exprimir por huma lei geometrica, he evidente que, a poſiçaõ do ponto *X*, repreſentando a linha, em que a ſuperficie d'agua corta o vaſo nas ſuas duas poſições ſe deve, praticamente, determinar pelos methodos de aproximaçaõ, pelos quaes ao meſmo tempo ſe pódem obter outras condições para eſta ſoluçaõ. Porque para achar o valor da quantidade bA na expreſſaõ $W \times \frac{bA}{V} - ds$, he neceſſario que, a poſiçaõ do ponto *X*, ſeja conhecida de antemaõ: para determinar eſta condiçaõ particular, ſerá conveniente imaginar (Fig. II., e XXVIII.), o volume *NXP*, que foi mergulhado, em conſequencia da inclinaçaõ; e o volume, que foi elevado a cima da ſuperficie d'agua, ou *IXW*, que ſe dividem em ſegmentos

por

por planos verticaes, que paſſaõ perpendicularmente ao eixo maior, e á diſtancia de poucos pés, hum do outro, por exemplo de 2, ou 3 pés; cada hum deſtes ſegmentos, ſerá de huma fórma de *cunha* (Fig. XXVIII.), comprehendida, entre dous planos $Xx\,Pp$, e $Xx\,Nn$, inclinados hum, a outro por hum angulo dado da inclinaçaõ NXP; e aſſim os dous planos verticaes, parallelos entre ſi NXP, nxp, que ſaõ proximamente iguaes, e a porçaõ $NP\,np$ do coſtado do navio, ſe preciſaõ tambem avaliar, para obter o valor pedido.

A diſtancia entre os planos NXP, nxp, he a linha $Xx = Nn = Pp$; Xx, produzida, he a linha, em que as duas ſecções d'agua ſe cortaõ, reciprocamente huma á outra, e he além diſto coincidente com a ſuperficie d'agua, e parallela ao eixo maior. Suppondo-ſe conhecidas, as dimensões do vaſo; as linhas AB, NI ſeraõ conhecidas na Fig. II.: Com eſtes dados as linhas NX, PX (Fig. II. e XXVIII.) ſe avaliaõ por eſtima (*), e o angulo NXP, ſendo dado por ſuppoſiçaõ; a área NXP ſe conhecerá pelas regras de Trigonometria, e a área $PTNP$ ſe póde deduzir pelos methodos ſabidos de aproximaçaõ (**). Da meſma fórma a área $xptn$ ſe deve determinar, e à medida das duas áreas, ſen-

S do

(*) O determinar-ſe por eſtima a grandeza da recta NX, ou PX (Fig. II.) ſendo dado o angulo, e o lado AB, ou NI, tem o ſeu principio na irregularidade do amaſſamento, e do redondo do fundo, que naõ he ſujeito á ſimplicidade Trigonometrica, aſſim o entendeo o noſſo Conſtructor, o Primeiro Tenente Joaõ de Souſa, com quem conferimos, e por iſſo ſe diz eſtima, ou avaliaçaõ particular, e naõ rigoroſa determinaçaõ.

(**) Sterling. *De interpolatione ſerierum*, *prop. XXXI.* *Chapman. Traité de la conſtruction de Vaiſſeaux*, *Cap. I.* Os methodos de approximar a rectificaçaõ das curvas, fundados nas ſeries differenciaes, ſaõ dados por differentes Authores, eſpecialmente por Sterling, e Simpſon. O Almirante Chapman propoem hum methodo muito engenhoſo de aproximaçaõ, dependente das propriedades da parabola, tanto eſte como o de Simpſon, e Eſterling, ſaõ ſufficientes para calcular com exactidaõ os problemas de geometria prática, como ſe moſtra pelo exemplo, aqui abaixo ingerido: mas dos dous methodos o mais correcto he o de Mr. Sterling: ambos elles ſaõ juntamente comparados nos exemplos ſeguintes para achar a área curvelinea, que he comprehendida entre hum arco de 30.°, e o rayo, ſe-

no,

do multiplicada na groſſura, ou diſtancia Xx, ſerá o ſolido contheudo neſte ſegmento, com hum gráo de exactidaõ, aſſaz ſufficiente, para o fim da aproximaçaõ requerida. Da meſma maneira o ſolido compoſto de todos os ſegmentos; que ſaõ elevados a cima da ſuperficie, ſe pódem obter fazendo $XI = AB - NX$; $XW = AB - PX$, procedendo como no caſo antecedente. Se o aggregado dos ſegmentos NXP, que repreſenta a parte mergulhada em conſequencia da inclinaçaõ do vaſo, naõ for igual ao aggregado dos ſegmentos IAW (Fig. II.), que ſe elevaõ a cima da ſuperficie, a poſiçaõ do ponto X, ou antes a linha, denotada por eſte ponto, em projecçaõ; ſe deve alterar; e as meſmas opperações ſe devem repetir, até que as ſommas dos ſegmentos de huma parte da linha, *dita de inclinaçaõ*; ſejaõ iguaes preciſamente ás da outra parte.

Effeituado iſto, a grandeza do volume mergulhado, denotada por A na expreſſaõ $W \times \overline{\frac{bA}{V} - ds}$, ſerá conhecida, e a grandeza de cada ſegmento individual $NXP\,nxp$, e $IX\,ixw$, &c. ſerá tambem ſabida. A quantidade bA, ſe achará na ſeguinte maneira. A área $PXNTP$, e o ſeu centro de gravidade d ſe determinaõ pelos methodos de aproximaçaõ. Pelo ponto d tire-ſe dc perpendicular á linha horizontal PX; Xc (*) ſerá a diſtancia do centro de

---

no, e coſeno do dito arco: para obter a ſua área por aproximaçaõ, 5 ordenadas, equidiſtantes, ſaõ dadas: iſto he, 1.ª ordenada $=$ *rayo* $= 8$: 2.ª $= \sqrt{63}$: 3.ª $= \sqrt{60}$: 4.ª $= \sqrt{55}$: 5.ª $= \sqrt{48}$

Area aproximada		Idem por Chapman
Por Stirling . . .	30,61153	30,61131
Area correcta . . .	30,61156	30,61156
Erro de aproximaçaõ	— 00003	— 00025

O meſmo methodo, porque as áreas das curvas ſe achaõ por aproximaçaõ, ſe deve applicar com igual exactidaõ, e determinar o ſolido contido no eſpaço, e a poſiçaõ do centro de gravidade.

(*) A reſoluçaõ dos Problemas por conſtrucçaõ geometrica, tem ſido pouco praticada, deſde que, os Methodos Analyticos, ſe adoptáraõ, pela invençaõ dos logarithmos, e outras facilidades; as ſoluções dos caſos difficultoſos, algumas re-

de gravidade d ao ponto X, eſtimado na direcçaõ da linha horizontal PX.

As meſmas operações applicadas à área $xptn$ haveraõ de dar a diſtancia ex, do centro de gravidade da área $xptn$, ao ponto x, eſtimada na direcçaõ da linha horizontal px; o meio das duas diſtancias, achado aſſim, ſerá a diſtancia do centro de gravidade do ſegmento ſolido $XPNxpn$, à linha Xx, (eſtimada, na direcçaõ da linha horizontal XP, ou xp,) com hum gráo de exactidaõ, inteiramente ſatisfactorio, para eſta aproximaçaõ.

De ſemelhante modo; tendo-ſe achado as *diſtancias* dos centros de gravidade de todos os ſegmentos, (Fig. II., e XXVIII.) $PXN\ pxn$; que correſpondem á linha Xx, produzida; e demais as de todos os ſegmentos $IXW\ ixw$; ſe cada hum deſtes ſegmentos, for multiplicado, pela diſtancia do ſeu centro de gravidade, à linha Xx, (computada na poſiçaõ horizontal) a ſomma dos productos, formada deſta maneira, ſerá o valor da quantidade bA, na expreſſaõ $W \times \frac{bA}{V} - ds$, que he a medida da eſtabilidade do vaſo; quando ſe deſvia da poſiçaõ vertical, por hum angulo PXN, cujo ſeno he s ſendo o rayo 1, e as quantidades (*) W, V, e d, tendo ſido determinadas antes, he evidente que a eſtabilidade do vaſo, quando he dado o angulo de in-

vezes ſe obtem com exactidaõ ſufficiente pela conſtrucçaõ, ó que viria a ſer muito complicado por outro qualquer methodo: no exemplo actual depois de ſe determinar a área $PTNP$, e o ſeu centro de gravidade: a poſiçaõ do centro de gravidade d da área inteira $XNTP$, e o comprimento da linha X, ſe póde facilmente determinar, pelo methodo de conſtrucçaõ: ſe a linha PN ſe divide em duas iguaes no ponto C, o centro de gravidade do triangulo PXN cahirá á diſtancia de $\frac{1}{3}X$ contando do ponto C: o centro de gravidade do triangulo PXN, ſendo aſſim determinado por conſtrucçaõ com exactidaõ geometrica, ſegue-ſe, que o centro de gravidade da área inteira $PXNTP$, que he o centro commum de gravidade das áreas PXN, e $PNTP$, ſe póde determinar com grande preciſaõ.

(*) Pag. 61.

inclinaçaõ, se poderá determinar pelos methodos que temos referido.

Seria improprio, entrar em mais miudo detalhe sobre este assumpto, em huma dissertaçaõ, que naõ he adscripta unicamente á practica da architectura naval. Pelo que temos dito he evidente, que se póde determinar a estabilidade dos vasos, para quaesquer angulos de inclinaçaõ, com que elles se desviem da posiçaõ de equilibrio; como tambem quando os angulos forem muito pequenos. Em ambos os casos, he necessario que a posiçaõ do centro de gravidade do navio, e o da parte mergulhada, (quando o navio fluctûa na posiçaõ vertical) *seja conhecida*; saõ necessarios em ambos os casos, methodos prácticos de medir, para obter estes dous pontos. Quando os angulos de inclinaçaõ forem muito pequenos, para achar a estabilidade do navio, he necessario medir as ordenadas, (*) successivas, das larguras do navio, em livel com a secçaõ d'agua; e quando os angulos de depressaõ naõ saõ limitados á dita condiçaõ, mas sim considerados como sendo de *certa grandeza*, as medidas que se requerem, saõ mais complicadas; mas nem por isso sujeitas a mais erros, na execuçaõ, do que no primeiro caso, em que os angulos se consideraõ desvanecentes.

Os theoremas fundados na condiçaõ, de serem *desvanecentes* os angulos de inclinaçaõ, satisfazem completamente aos principios, em que se funda a estabilidade do navio, quando elle adorna por hum angulo muito pequeno, ou desvanecente; elles aliàs determinaõ tambem quando os navios, ou outros vasos fluctuaõ no estado permanente de huma dada posiçaõ de equilibrio; ou haõ de revirar, e emborcar-se; mas esta, apenas, póde ser huma condiçaõ, que faça objecto a respeito dos navios, porque estes saõ construidos de maneira, que fluctuaõ, ou bóyaõ em huma posiçaõ vertical de equilibrio; inda antes de terem o lastro, ou a carga dentro.

Mr. Rome na sua estimavel Obra de Architectura Naval, que tem por titulo: *L'Art de la Marine*, publicada em París, no

(*) Chapman Cap. I. Clairbois Architect. Nav. Part. II. Sect. I.

no anno de 1787, refere (pag. 106.) que o navio de linha de 74, chamado o Scipiaõ, que foi lançado do eſtaleiro ao mar em Rochefort, no anno de 1779, logo que nadou no ſeu fundo competente, ſe levantou huma ſuſpeita, de que era falto de eſtabilidade; para fazer a prova diſto, ſe tirou a artilharia de hum bordo, e ſe paſſou toda para o outro; em conſequencia, o navio adornou, 13 pollegadas (provavelmente tomada a medida na maior largura dos lados do navio) ajuntando o pezo dos homens correſpondentes para a meſma bórda, a altura do adornamento chegou a 24 pollegadas.

E ſendo eſte hum gráo de inſtabilidade, que he o *maximo*, que ſe póde admittir em hum navio de guerra, o navio ſe determinou ficar dentro do porto; até que ſe remediaſſe de algum modo o defeito, que ſe acabava de deſcobrir.

Mr. Rome continua a referir as differentes opiniões dos Engenheiros conſtructores, ſobre a cauſa da imperfeiçaõ do navio, e o remedio com que ſe intentou corrigir. O primeiro Conſtructor, que foi mandado de París para Rochefort, para dirigir as medidas, que ſe deviaõ tomar neſta occaſiaõ, e para corrigir falta ſemelhante, que podeſſe haver nos dous navios de guerra, o Hercules, e o Plutaõ, foi de parecer que a eſtabilidade do navio *Scipiaõ* ſe augmentaria o preciſo, alterando a qualidade, e arrumaçaõ do laſtro. O laſtro original do Scipiaõ fôra de 84 toneladas de ferro, e 100 toneladas de pedra; ſegundo o novo arranjo do primeiro Conſtructor, o laſtro foi compoſto de 198 toneladas de ferro, e 122 de pedra.

Mas como hum navio de guerra, naõ admitte huma tal alteraçaõ no total deslocamento, ou volume mergulhado, que poſſa compenſar hum accreſcimo de 136 toneladas, no pezo do laſtro, a quantidade de agua, com que o navio foi favorecido ſe diminuio pelo pezo de 136 toneladas.

Eſta alteraçaõ teve neceſſariamente o ſeu effeito de abaixar o centro de gravidade do navio, e por tanto o de augmentar a ſua eſtabilidade; mas a final eſte augmento naõ foi ſufficiente, tendo ſido a diminuiçaõ do adornamento, contado no lado do navio, *ſómente de* 4 pollegadas. Depois deſtas, e outras inuteis tentativas, o defeito, ou a falta de eſtabilidade, foi remediado applicando-

ſe-lhe huma cinta, ou embono de madeiras leves ao coſtado exterior do navio, de hum pé até quatro pollegadas de groſſo, extendendo-ſe por toda a linha d'agua, e a 10 pés para baixo della.

Eſte facto moſtra que a theoria da eſtabilidade, limitada aos caſos, em que os angulos de inclinaçaő, ou adornamento ſaő muito pequenos, naő ſe póde adoptar como ſufficiente para determinar a eſtabilidade requerida dos navios, conforme a pratica da navegaçaő.

Deve ſuppor-ſe que o pezo, e dimenſões de cada parte deſte navio, foraő exactamente conhecidas dos conſtructores; inda que obſervamos, que a inſtabilidade, naő foi certamente determinada, mas ſómente ſuſpeitada exiſtir, quando o navio a primeira vez ſe poz em nado; e depois de ter ſido deſcoberto eſte defeito pela experiencia, que acabamos de referir; a cauſa ſe procurou, mas em vaő, e o remedio ſe achou depois de tempo, mais por acaſo, do que por principios, e conhecimentos; cuja applicaçaő o dirigiſſe.

Parece permittido, ſuppor, que ſe as regras para determinar a eſtabilidade correſpondente à quaeſquer angulos de adornamento, ou inclinaçaő do navio, do modo que praticamos (paginas 65.), e ſe tem demonſtrado (paginas 28.), ſe applicaſſem á queſtaő do preſente caſo, elles teriaő deſcoberto que hum erro nas fórmas (*) dadas, para os lados do navio, fôra a cauſa da falta de eſtabilidade, e teriaő ſuggerido a emenda conveniente.

A força de eſtabilidade, pela qual os navios, quando ſaő inclinados ao redor do eixo maior por differentes angulos, que os deſviaő da poſiçaő do equilibrio, ſolicitaő o tornar a ganhar eſta poſiçaő, ſe deve conſiderar em dous pontos de viſta a reſpeito do movimento dos navios no mar.

1.°

(*) Mr. Rome obſervou (pag. 108), que a falta de eſtabilidade no Scipiaő, naő foi occaſionada por falta de largura na linha d'agua, pois que outros navios da meſma força, como o Magnifico, o Sceptro, o Minotauro, o Intrepido, cujas larguras eraő as meſmas, ou inda menos, que a do Scipiaő, podiaő com o ſeu pano perfeitamente bem.

1.° A respeito da resistencia, pela qual se faz opposiçaõ a huma força, que tende a inclinar o navio, por exemplo, a do vento; em cujo caso a estabilidade do navio, e o impulso do vento constituem huma especie de equilibrio, por tanto tempo, quanto o vento continua na mesma intensaõ.

2.° A força de estabilidade, se deve considerar, como actuando no navio, para o restituir á sua posiçaõ vertical, depois que cessa a força, pela qual elle foi inclinado, ou lançado á banda; o navio sendo continuamente impellido, pela força de estabilidade se revolve ao redor de hum eixo horizontal, que passa pelo centro de gravidade com huma velocidade accelerada, até, que chega á posiçaõ vertical; e depois com huma velocidade continuamente retardada, até chegar á *maxima inclinaçaõ* no lado opposto.

Este jogar do navio com acceleraçaõ alternada, pela retardaçaõ da velocidade angular, evidentemente depende da força, pela qual o movimento angular he gerado; isto he da força de estabilidade, e da sua variaçaõ, correspondendo a differentes distancias, em que o navio está, da sua posiçaõ vertical; deste motivo resulta huma das principaes difficuldades na practica da Architectura naval; isto he, dar ao navio, hum gráo sufficiente de estabilidade, e ao mesmo tempo evitar os inconvenientes, que provem de huma velocidade angular de rotaçaõ, que cresce, e diminue com tanta rapidez.

He certo que a força de estabilidade, pelo que pertence á sua variaçaõ depende, maiormente da figura dada aos lados, ou costados do navio, que admittem construir-se de maneira que, (attentas as mais circunstancias) a força se accelere mais, ou menos até o seu limite.

Das questões antecedentes observamos, que os corpos fluctuantes, durante a sua inclinaçaõ, desde o, até 90.°, passaõ por huma posiçaõ de equilibrio, na qual a força de estabilidade se torna desvanecente: nos outros corpos naõ tem lugar o limite desta especie; differença, que depende parte das suas fôrmas, e parte da disposiçaõ dos centros de gravidade dos solidos, e da dos volumes mergulhados. Seria mais completo, considerar em geral os effeitos produzidos no movimento dos navios, pelas dif-

fe-

ferentes proporções da ſua eſtabilidade, quando elles recebem huma inclinaçaõ, ao redor do ſeu eixo maior. Se o navio foſſe de huma fórma (*) cylindrica, fluctuante com o ſeu eixo horizontal, as ſecções verticaes à eſte eixo, ou por outros termos, os planos, que paſſarem pelas perpendiculares ao dito eixo, ſeraõ neceſſariamente circulos iguaes: Suppondo, que o centro de gravidade deſte cylindro he ſituado fóra do eixo, hum tal navio fluctuará no eſtado permanente, tendo o ſeu centro de gravidade, e o centro da ſecçaõ, que paſſa por elle, na *meſma linha vertical*; e ſe hum ſemelhante navio for deſviado da ſua poſiçaõ vertical, por huma força externa, elle ſerá impelido em ſentido contrario, pela força da eſtabilidade; a qual creſce exactamente na razaõ do ſeno do angulo de inclinaçaõ: he manifeſto, por tanto que hum navio deſta deſcripçaõ, durante a ſua inclinaçaõ, por dar a borda, naõ póde chegar a hum limite, em que a força de eſtabilidade deſvaneça (**) ao contrario deve continuamente creſcer, até que a inclinaçaõ chegue a 90.°, onde ſerá a dita força de eſtabilidade maior, que em outro qualquer angulo.

Convem agora conſiderar outro caſo: Supponhamos, que a figura do navio he hum parallelepipedo rectangulo, fluctuante no *eſtado permanente* de equilibrio; com huma das ſuperficies planas para cima; quando eſte ſolido for inclinado á roda do ſeu eixo maior, por hum angulo de 45.° gráos, a eſtabilidade ſerá *deſvanecente*, e a mais pequena inclinaçaõ, que exceder eſta, daqui para diante, fará revirar o ſolido; neſte caſo como o vaſo he inclinado gradualmente, fóra da poſiçaõ vertical, a eſtabilidade primeiramente ſe augmentará, e depois diminuirá; differentemente da variaçaõ de eſtabilidade, no caſo antecedente, quando o vaſo foi ſuppoſto, ſer de figura cylindrica. Aliàs os navios ſaõ conſtruidos de maneira, que du-

(*) Bem ſe vê que he hum caſo de hypotheſe para clareza do aſſumpto.

(**) Por ſer objecto da Architectura naval ſupprir com a força da eſtabilidade de fluctuaçaõ eſte caſo da maxima inclinaçaõ.

durante huma inclinaçaõ de 0°, até 90.°, naõ paſſaõ por poſiçaõ alguma de equilibrio; inda que parece razaõ ſuppor, que n'alguns navios, a eſtabilidade ſe augmenta com a inclinaçaõ, até hum certo ponto, e que depois diminue quando o angulo paſſa a mais; quando hum navio tal, for inclinado além do limite, em que a eſtabilidade he hum *maximo*, entaõ a conſequencia ſeguinte terá lugar neceſſariamente; (ſe a velocidade angular for conſideravel, a rotaçaõ, ou rolo do navio, ſe extenderá a alargar os angulos de inclinaçaõ;) porque quando a eſtabilidade he mais, e mais diminuida, como ſe augmentaõ entaõ os angulos de inclinaçaõ, mais tempo he preciſo para a força diminuida da eſtabilidade obrar na reacçaõ, contra a maſſa ponderoſa do navio, a fim de o reſtituir á poſiçaõ vertical.

He certo que o angulo, aſſim como a celeridade, ou retardamento da rotaçaõ do navio, dependem de outros elementos; como vem a ſer na eſtabilidade, particularmente do pezo, e guinda dos maſtros, tamanho das velas, e arrumaçaõ do laſtro e da carga; mas comparando os balanços do meſmo navio, por differentes arcos, eſtes elementos ſaõ os meſmos no em quanto que, a força de eſtabilidade he alterada continuamente, ſegundo os angulos de inclinaçaõ ſe augmentaõ, ou ſe diminuem.

Eſtes balanços alternados do navio em rotaçaõ de bombordo, a eſtibordo, ſe tem conſiderado como analogos ás oſcillações de hum pendulo, e a fim de reduzir a huma eſpecie de medida eſta qualidade taõ eſſencial dos navios.

Mr. Bouguer, e outros propoem achar hum pendulo, que ſeja iſóchrono com as oſcillações de hum navio. Eſte problema involve ambas eſtas condições, que tanto o pendulo, como o meſmo navio hajaõ de vibrar, ou oſcillar por arcos, extremamente pequenos; porque de outra maneira falha a anologia inteiramente: naõ podendo hum corpo oſcillante deſcrever arcos deſiguaes em tempos iguaes, ſem que ſeja impellido por forças, que ſaõ na razaõ directa das diſtancias ao ponto fixo; e as oſcillações de hum navio vibrando em differentes angulos

finitos, evidentemente naõ ſaõ iſòchronas humas com outras, porque a força de eſtabilidade varía em razaõ muito differente da das diſtancias ao ponto fixo; naõ pódem ſer iſochronas com hum pendulo eſtas oſcillações, ſem que os arcos de vibraçaõ ſejaõ de grandeza deſvanecente, em cujo caſo a força de eſtabilidade, ſendo na razaõ directa dos angulos do affaſtamento da poſiçaõ vertical, tem acçaõ de produzir huma igualdade nos tempos da oſcillaçaõ: o achar hum pendulo, que faça as oſcillações em pequenos arcos, e iſochronas ás oſcillações de hum navio, debaixo deſtas reſtricções, he hum problema, que ſe póde reſolver com ſufficiente exactidaõ; mas ſem as limitações mencionadas, he huma queſtaõ ſem as condições neceſſarias.

Mr. Bouguer (*) no ſeu Capitulo que tem por titulo: *que les oſcillations ſont Iſochrones*, naõ faz mençaõ expreſſa deſtas limitações; (mas nós concedemos como provavel, que elle implicitamente aſſim concebeo.)

Das razões aſſignadas, parece ſeguir-ſe, que a fim de ſe formar huma opiniaõ ſatisfactoria das qualidades, e coſtumes de hum navio no mar, como dependentes do plano da ſua conſtrucçaõ, ſe deveriaõ determinar as forças da ſua eſtabilidade em differentes angulos de inclinaçaõ, deſde o o, até o maximo limite; eſpecialmente a medida da maxima eſtabilidade, e o angulo de adornamento, em que ella tem lugar.

Neſtas notas geraes a reſiſtencia da agua, naõ tem ſido conſiderada; a qual neceſſariamente tem algum effeito para retardar as oſcillações do navio, e inda mais nos arcos maiores, do que nos menores: deve-ſe além diſto obſervar, que a reſiſtencia no balanço dos navios, he de muito differente eſpecie, daquella que ſe oppoem ao ſeu *movimento progreſſivo*, pela agua; em cujo caſo (**) o volume do fluido (proporcional á gran-

(*) Lib. I. Sect. III. Cap. VII.
(**) Entende-ſe no movimento progreſſivo, ou para vante.

grandeza, e á velocidade do vaſo,) he inteiramente deslocado, durante o ſeu movimento : no em tanto que, nos balanços do navio, ou movimento de *rotaçaõ* delle, huma muito menor quantidade de agua ſoffre deslocamento, por effeito das oſcillações, e que em conſequencia ha menos retardamento por eſte motivo.

Outra obſervaçaõ occorre por eſte motivo. A total eſtabilidade de hum navio ſe tem demonſtrado conſiſtir no aggregado das eſtabilidades de muitas ſecções verticaes, nas quaes ſe póde dividir. Deve ſuppor-ſe que o navio ſe inclinou ao redor do ſeu eixo maior, por hum angulo dadô, e que o navio ſe reſtitue pelo meſmo angulo de inclinaçaõ pela força de eſtabilidade: Se as forças, que reſultaõ das differentes ſecções naõ pódem actuar, nas devidas proporções de cada lado do centro de gravidade, a reſpeito do eixo maior, o navio naõ tornará á ſua poſiçaõ de equilibrio, revolvendo-ſe ao redor do eixo maior; mas inclinar-ſe-ha ao redor de varias linhas horizontaes, e ſucceſſivas entre os eixos maior, e menor; circunſtancia, que deve produzir movimentos, e impulſos irregulares, a que hum navio bem conſtruido naõ eſtá aliàs ſujeito.

A theoria da Eſtatica, e da Mechanica foi, ſegundo julgo, primeiramente applicada á conſtrucçaõ, e governo do navio, pelo fim do Seculo paſſado, em huma Obra intitulada: *Theoria da Conſtrucçaõ dos Navios*, pelo Padre Paulo Hoſte, impreſſa em Lyaõ no anno de 1696. Diverſos Mathematicos de primeira Ordem, tratáraõ depois eſte difficil objecto, particularmente Joaõ Bernulli, Bouguer, e o excellente Mr. Euler, cujo Tractado intitulado : *Theorie complette de la Conſtruction & Manaeuvre des Vaiſſeaux*, he huma Obra, que correſponde ao titulo; totalmente Theorica. Neſta bem trabalhada compoſiçaõ, o Author naõ ſómente deligenciou explanar as leis complicadas, que influem no movimento dos navios no mar, mas procedeo a inveſtigar ſobre os dados, que offerece hum tal aſſumpto; as dimensões, e a poſiçaõ das partes mais eſſenciaes do navio, que concorrem para lhes dar qualquer vanta-

gem

gem poſſivel, na prática da navegaçaõ. Diverſas queſtões foraõ ſuggeridas pela leitura deſtas Obras Theoricas.

1.° Quaes das proporções, e diſpoſições das partes do navio, que reſultaõ da Theoria ſe achaõ concordar, ou diſcrepar das que até entaõ ſe achavaõ eſtabelecidas na praſtica da Architeſtura Naval.

2.° Das que ſe achaõ em diſcrepancia, que opiniaõ adequada, e ſatisfaſtoria haveria para determinar as vantagens, que reſultaõ da adherencia ás práſticas antecedentes de conſtrucçaõ, comparadas, com as que ſaõ deduzidas da Theorica; e finalmente ſe algumas fórmas de vaſos, diſpoſições de partes, ou outras variedades de conſtrucçaõ ſe deſcobririaõ, conſiderando eſte aſſumpto em huma viſta Theorica; e em que gráo eſtas invenções ſe achariaõ vantajoſas, quando ſe applicaſſem á Praſtica.

A Theoria, inda ſem fallar (*) nos principios geometricos, pelos quaes ſe obtiveraõ as fôrmas dos navios, e a diſpoſiçaõ das ſuas partes mais eſſenciaes ſe póde conſiderar como tendo duas relações com a Architeſtura Naval:

1.ª A que depende de poucas leis de mechanica, he o aſſumpto, de que tratamos nas obſervações antecedentes tranſecentemente:

2.ª Que he a praſtica da Architeſtura Naval que em muitas partes

(*) Traſtados praſticos da conſtrucçaõ dos navios, foraõ publicados por varios Authores, particularmente por Mr. Clairbois, Rome, e Chapman. Neſtas uteis Obras a Theoria ſe applica por incidente, para explanar, e illuſtrar os principios da Architeſtura Naval: mas em nenhum deſtes volumes ſe achaõ as razões, e principios, como neſtas minhas indagações, ſe ampliaõ pelos quaes a conſtrucçaõ dos navios, fundada na Theorica, ſe ſujeitou a hum exame praſtico, durante as meſmas viagens. Mr. Chapman (paginas 79.) da ſua Obra, (Ediçaõ de Pariz) exprime as proporções, e diſpoſições das partes do navio, por quantidades Algebricas, as quaes com tudo, naõ ſe pódem equivocar com as deducções da Theoria: porque o Author naõ apontou modo algum de inveſtigaçaõ, ou encadeamento de diſcurſos, pelos quaes eſtas expreſſões podeſſem ter ſido deduzidas dos principios Mechanicos.

tes do mundo, he dirigida por huma efpecie de *Theoria*, ou regra Syftematica, que os individuos fe formáraõ para fi mefmo, tirada fó da experiencia, e da obfervaçaõ: ella he fundada nos conhecimentos experimentaes da *conftrucçaõ naval*, que foraõ tranfmittidos de tempos precedentes e combinados com os mais recentes adiantamentos; e incluem em fi quaefquer inventos de indúftria, e habilidade, applicaveis a varias machinas, que fe empregaõ na conftrucçaõ, e governo dos navios; pela repetida obfervaçaõ nas fôrmas, proporções, e aparelho dos navios, e pela attençaõ aos feus coftumes, quando navegaõ no alto mar; os defeitos foraõ remediados, as boas qualidades augmentadas, e as regras de práctica por gráos eftabelecidas, conforme os principios, bem entendidos; fem maior foccorro de theorias de Mechanica, Statica, e Geometria, em que femelhantes principios faõ fundados: porque nefte, como em outros exemplos, he bem fabido, que huma práctica engenhofa ajudada por longa experiencia chega a execuções, que he muito difficil, (ás vezes mefmo impoffivel) alcançar pela theoria; por outra parte deve-fe conceder, que a pura theoria, pelo que depende das leis do movimento, affumpto das inveftigações de Mr. Euler, e Bouguer, he de grande importancia para o adiantamento defta Sciencia; porque mediante efta inveftigaçaõ, (tanto quanto o permittiaõ os dados) as qualidades do navio foraõ determinadas pelas fuas verdadeiras caufas, e explanadas pelas leis geraes; no em tanto, que os principios derivados da méra obfervaçaõ, faõ efcaçamente applicaveis, fóra daquelles cafos, em que elles foraõ prácticamente experimentados.

Foffem quaes foffem os meios, porque a Architectura Naval recebeo o feu progreffivo adiantamento, parece geralmente convir-fe, que a arte de conftrucçaõ, no tempo prefente chegou a hum gráo de perfeiçaõ, que excede muito, tudo o que havia deconhecido d'antes, ou de antigos, ou de modernos; inda que he igualmente certo, que alguns principios, (pelos quaes a conftrucçaõ dos navios, he effencialmente influida), até agora reftaõ por explanar, e defenvolver.

Notaõ frequentemente os Navegantes, e tambem os Conſtructores, que algumas alterações, que parecem as mais inſignificantes na fórma do navio; na arrumaçaõ do laſtro, na guinda dos maſtros, maior, ou menor, na ſua poſiçaõ mais a vante, ou mais a ré, no ſeu panno maior, ou menor, vem a mudar totalmente os coſtumes do navio, de máos em bons, e ás aveſſas.

Ora como eſtas mudanças naõ ſe pódem attribuir a cauſas fortuitas, he neceſſario conceder, que ellas ſaõ conſequencias de principios certos, e definidos, poſto que em muitos caſos *incognitos*, ou imperfeitamente *eſtimados*, por conjectura. A proporçaõ, e diſpoſiçaõ de partes, que fazem produzir bons, ou máos effeitos no andamento dos navios, ſaõ talvez taõ intrincadamente combinadas neſtes exemplos, que apenas he poſſivel pela méra obſervaçaõ, por mais que ella ſeja extenſa, e variada, o dar huma razaõ ſatisfactoria de mudanças taõ remarcaveis: deve-ſe aliàs ſaber, que alguns dos dados, em que ſe funda a theoria da *Architectura* naval, ſendo imperfeitamente conhecidos, particularmente, as leis das diverſas *reſiſtencias* ao movimento do navio (*) ſeria arriſcado o con-

(*) As leis das reſiſtencias, que ſoffrem os córpos movidos no fluido, e que variaõ na razaõ duplicada das velocidades do movel, ou por outra expreſſaõ, como os quadrados das velocidades, foraõ demonſtradas por Iſaac Newton no Livro II. do ſeu *Principia Mathematica*, reſtringindo-ſe á condiçaõ do caſo particular, em que o movimento do corpo he extremamente vagaroſo, e o fluido perfeitamente comprimido. Com eſtas condições a preſſaõ, que reſiſte ao movimento do corpo, he exactamente compenſada pela preſſaõ da parte poſterior, e por conſeguinte a unica força oppoſta ao movimento do corpo, he ſómente a do fluido, o qual he deslocado, no em tanto que, o corpo paſſa por entre elle: porque a reſiſtencia da fricçaõ, que depende da velocidade do corpo, deve ſer em hum ſentido Fyſico deſvanecente, quando o movimento he muito vagaroſo. He evidente què a theoria das reſiſtencias, fundada neſtes principios, naõ ſe deve applicar á ſoluçaõ dos caſos, em que a velocidade he muito augmentada, ſem grande cuidado, e circunſpecçaõ; porque pelo augmento da velocidade começaõ a obrar

confiar em inducções *à priori* para explanar efte affumpto. Eftas difficuldades viráõ a parecer inda maiores, fe confiderarmos, que as caufas, que influem no movimento dos navios no mar, naõ faõ independentes, e feparadas, mas obraõ affim humas nas outras, como tambem immediatamente fobre o movimento do navio: por tanto, fe a pofiçaõ do centro de gravidade he alterada, mudando-fe o laftro, ou carga mais para à proa, ou para à poppa, efta alteraçaõ terá o effeito de mudar a linha d'agua carregada, e a fôrma da parte mergulhada do na-

---

obrar tres differentes forças, das quaes a theoria de Newton naõ faz conta: vem a fer a preffaõ na parte anterior do corpo, a preffaõ na parte pofterior, e a refiftencia ou fricçaõ. A preffaõ na parte anterior virá a fer huma quantidade conftante, e invariavel por tanto tempo, quanto o corpo movel continuar na mefma profundidade. A preffaõ da parte pofterior dependerá da velocidade do movel, e quando a velocidade he $= 0$, efta preffaõ ferá precifamente igual, e oppofta á que actúa na parte anterior. E com tudo quando a velocidade do movel he igual áquella, com que o fluido fe arrója a encher o efpaço que o folido deixou, a preffaõ na parte pofterior ferá $= 0$, e de confequencia todas as preffões na fuperficie pofterior, correfpondentes ás velocidades intermedias, fe devem achar entre eftes limites. Quando faõ lifas as fuperficies do corpo movel, he de fuppor-fe, que os effeites da fricçaõ naõ feraõ muito confideraveis.

Efta opiniaõ he *reprovada*, e com affaz de razaõ, para todo aquelle, que confultar a relaçaõ das experiencias (que fe executáraõ com todo o cuidado) fobre corpos movidos na agua, feitas debaixo da direcçaõ da *Sociedade do Adiantamento da Architectura Naval*, e publicada por ordem da mefma Sociedade. Eu examinei eftas experiencias com todo o cuidado, e attençaõ efpecialmente, as que foraõ feitas com os parallelepipedos notados na relaçaõ, com as letras *A*, *B*, &c., e achei que, pofto que as fuperficies do corpo movel eraõ forradas de pranchas muito lifas, a refiftencia da fricçaõ foi igual a hum pezo de noventa libras em huma fuperficie de 258 pés quadrados, quando o corpo fe movia com huma velocidade de 8 pés por fegundo. Vê-fe além difto pelos methodos de calculo, fundados na regra de Newton, para defcrever huma parabola que paffe por differentes pontos dados, fituados no mefmo plano, e applicada ás experiencias a cima referidas, que a refiftencia da fricçaõ varia fegundo as potencias da velocidade, que fe naõ pódem exprimir, por menor expoente, que dos cubos; vem a fer fe

navio ; por conta do que , a refiftencia oppofta pela agua ; ao movimento do navio , deve neceffariamente mudar-fe ; o centro de gravidade da parte mergulhada ferá tambem differentemente fituado ; o que vem a combinar com a alteraçaő do centro de gravidade do navio , e a linha d'agua , para augmentar , ou diminuir a eftabilidade do navio ; e fe deve addicionar , que a inclinaçaő dos maftros , e vélas com o horizonte , e a direcçaő , em que o vento o impelle , haveráő de foffrer mudança pela mefma caufa.

In-

---

fe z indica a refiftencia da fricçaő , e u denota a velocidade , a refiftencia requer huma equaçaő da fórma $z = au + bu^2 + cu^3$, na qual a , b , c , faő quantidades conftantes : a força aliàs de preffaő na fuperficie pofterior , he exprimida por huma equaçaő igualmente compofta , a eftas difficuldades , fe ha de accrefcentar outra , que he a da refiftencia , que varía com a profundidade , do corpo movel , conforme fe moftra pelas experiencias relativas a ella. Deftas confiderações parece manifefto , que as indagações fobre a Architectura naval , fundadas na theoria do movimento , que tenha em conta a refiftencia da agua (confiderando a velocidade tal qual , ufualmente tem os navios velejados) , deve involver expreffőes algebricas taő complicadas , que tornem as foluções muito difficeis ; e talvez impoffiveis , para deduzir conclusőes prácticas de ufo : por efte modo de confiderar o objecto. Euler , e Bouguer , que intentáraő applicar a theoria das refiftencias á Architectura naval , fuppoem a refiftencia na razaő duplicada das velocidades ; lei efta evidentemente differente daquella , fegundo a qual os navios no mar foffrem a refiftencia do meio , porque fe movem , e hum deftes eminentes Authores (*) receia , que talvez efta theoria naő he taő perfeita , que fe poffa ter confiança nella , para determinar o movimento do navio no mar. Naő obftantes os obftaculos , que fe offerecem das leis complicadas da refiftencia , e da fricçaő , os principios geraes que fe tem inveftigado nas obras deftes Authores , faő fem dúvida capazes de fe applicarem á foluçaő de muitas difficuldades , que occorrem , concernentes ao affumpto da Architectura Naval , e fe deve dar o devido defconto para eftas forças irregulares , que fe naő pódem incluir nas foluções theoricas.

(*) *Euler , theorie complette de la conftruction.*

Inda que a Theoria ſó, naõ he baſtante para a ſoluçaõ deſtas difficuldades, com tudo combinada com as experiencias, e obſervações, ſe devem empregar com grande vantajem, provavelmente, neſtas indagações. Se as proporções, e dimensões adoptadas na conſtrucçaõ de certos navios individuaes ſe obtiverem por medidas Geometricas, e calculos fundados em os meſmos principios, e ſe fizerem obſervações ſobre elles; as experiencias deſta eſpecie, ſufficientemente diverſificadas, e ampliadas, parece que ſeraõ os fundamentos proprios, em que a Theoria ſe deva fundar para a applicaçaõ effectiva de reduzir a ſyſtema eſtas intrincadas, ſubtís, e ás vezes imperceptiveis cauſas, que contribuem a communicar o maximo gráo de excellencia aos navios de qualquer eſpecie, e deſcripçaõ. Porque conſiderando-ſe, que a Architectura Naval, he reconhecida como hum ramo de ſciencia práctica, cada viagem fórma huma experiencia, ou ao menos huma como ſerie de experimentos, dos quaes ſe pódem deduzir verdades uteis, para aperfeiçoar a arte de conſtrucçaõ; as illações porém deſta eſpecie, naõ ſe pódem obter, ſenaõ adquirindo hum perfeito conhecimento de todas as proporções, e dimenções de cada huma das partes do navio; e em ſegundo lugar fazendo, e concordando ſufficiente numero de obſervações das qualidades, e coſtumes do navio, em todas as variedades de ſituaçaõ, a que hum navio eſtá ſujeito na práctica da navegaçaõ. (*)

FIM.

(*) A Academia das Sciencias de Lisboa, tendo propoſto premios para os Officiaes de navios, tanto de guerra, como de carga, que deſcreveſſem a hiſtoria do ſeu navio em cada viagem, ajuntando o plano de ſua conſtrucçaõ, e da ſua linha d'agua carregada, ſe fez huma digna prova de ter conhecido, que a conſtrucçaõ de hum navio com todas as excellencias, he hum Problema, a que naõ baſtaõ os methodos de equações compoſtas no eſtado meſmo adiantado, em que ſe achaõ, e que dos factos ſe formará o complexo geral de principios, de que depende tal objecto.

Fig. I.

Fig. IV.

Fig. V.

Fig. VI.

Fig. II.

Fig. III.

Est. 2.

Fig. VII.

Fig. VIII.

Fig. IX.

Fig. XI.

Fig. X.

Fig. XII.

Fig. XIII.

Fig. XIV.

Fig. XV.

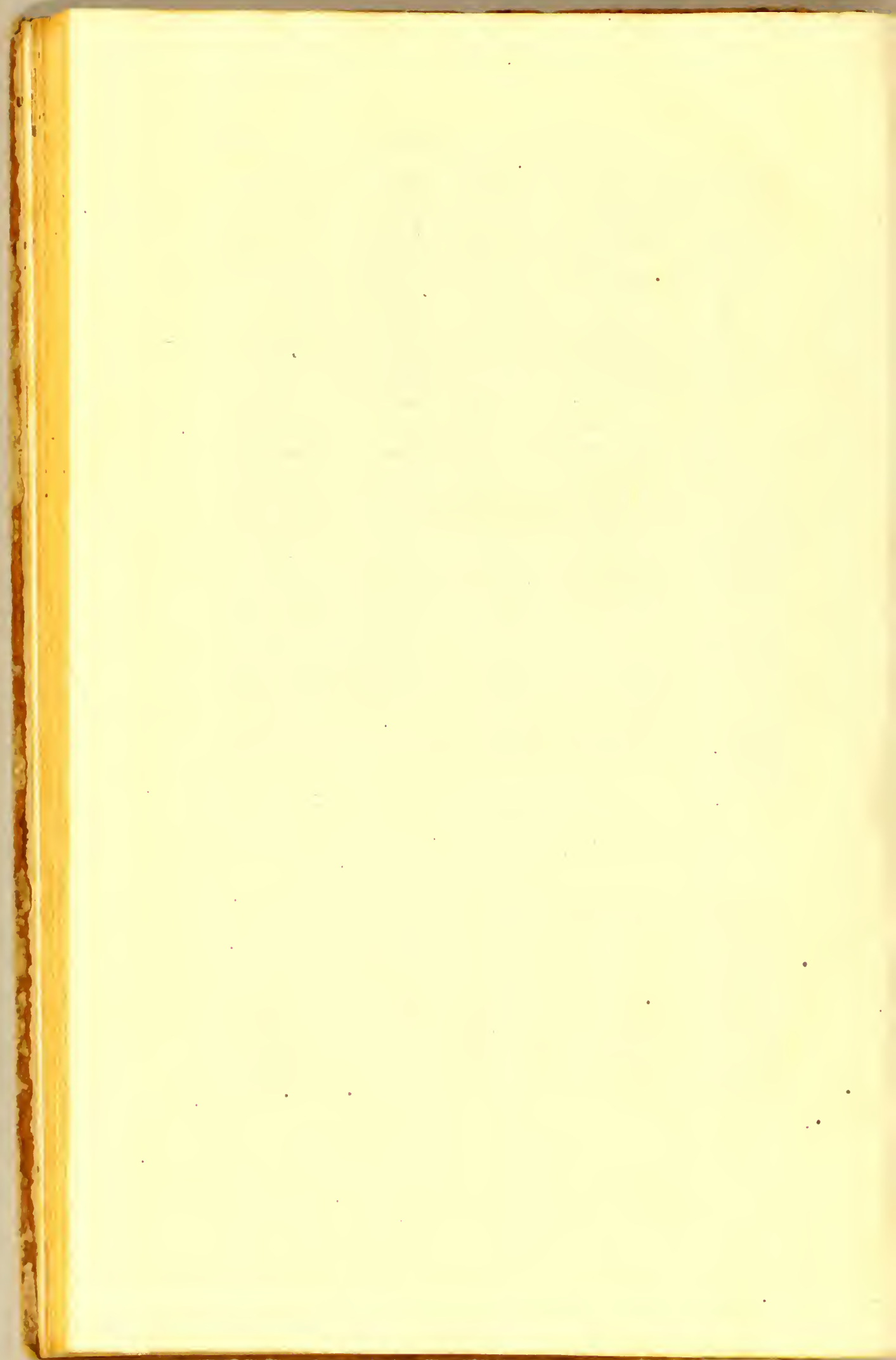
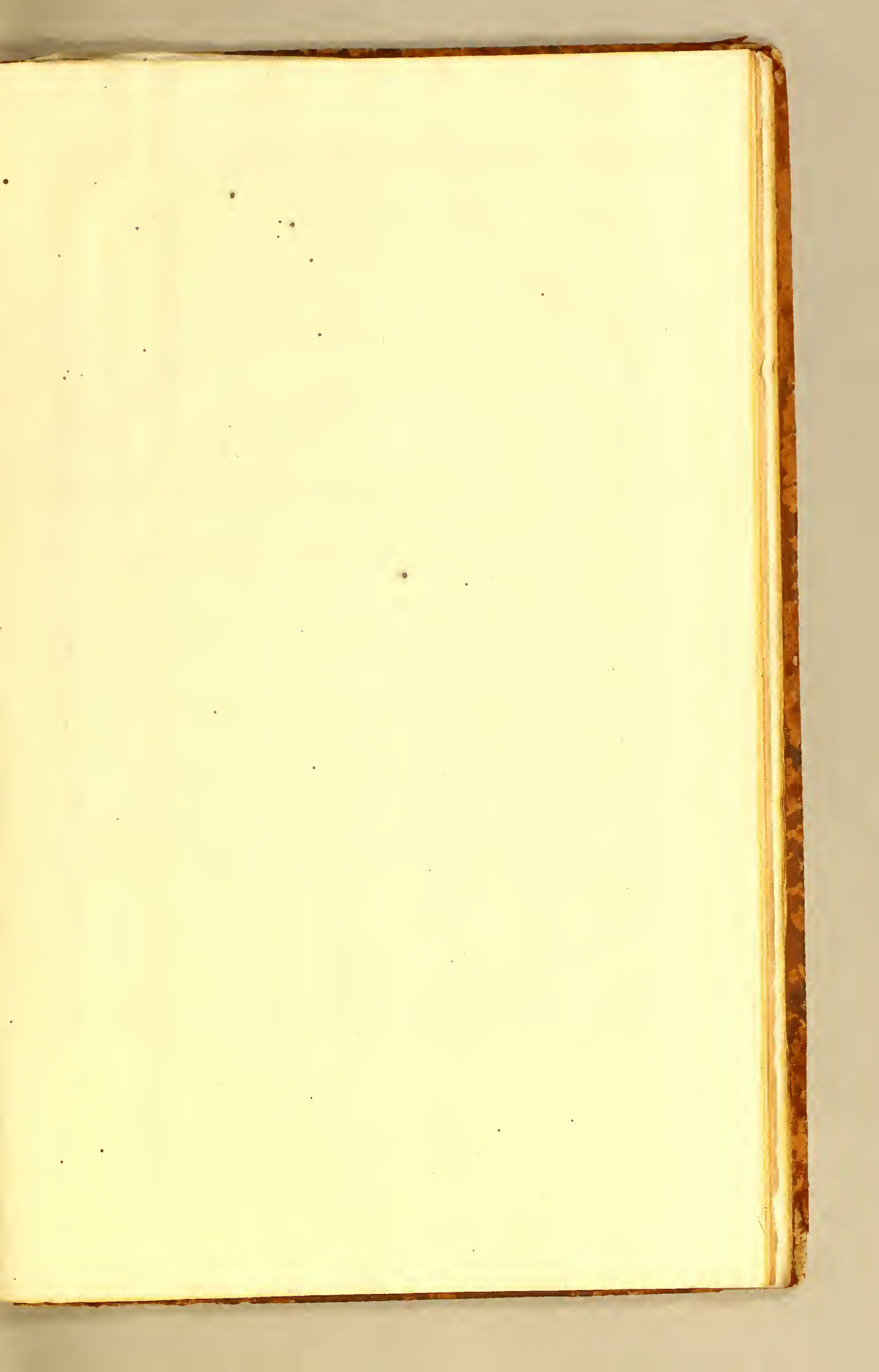
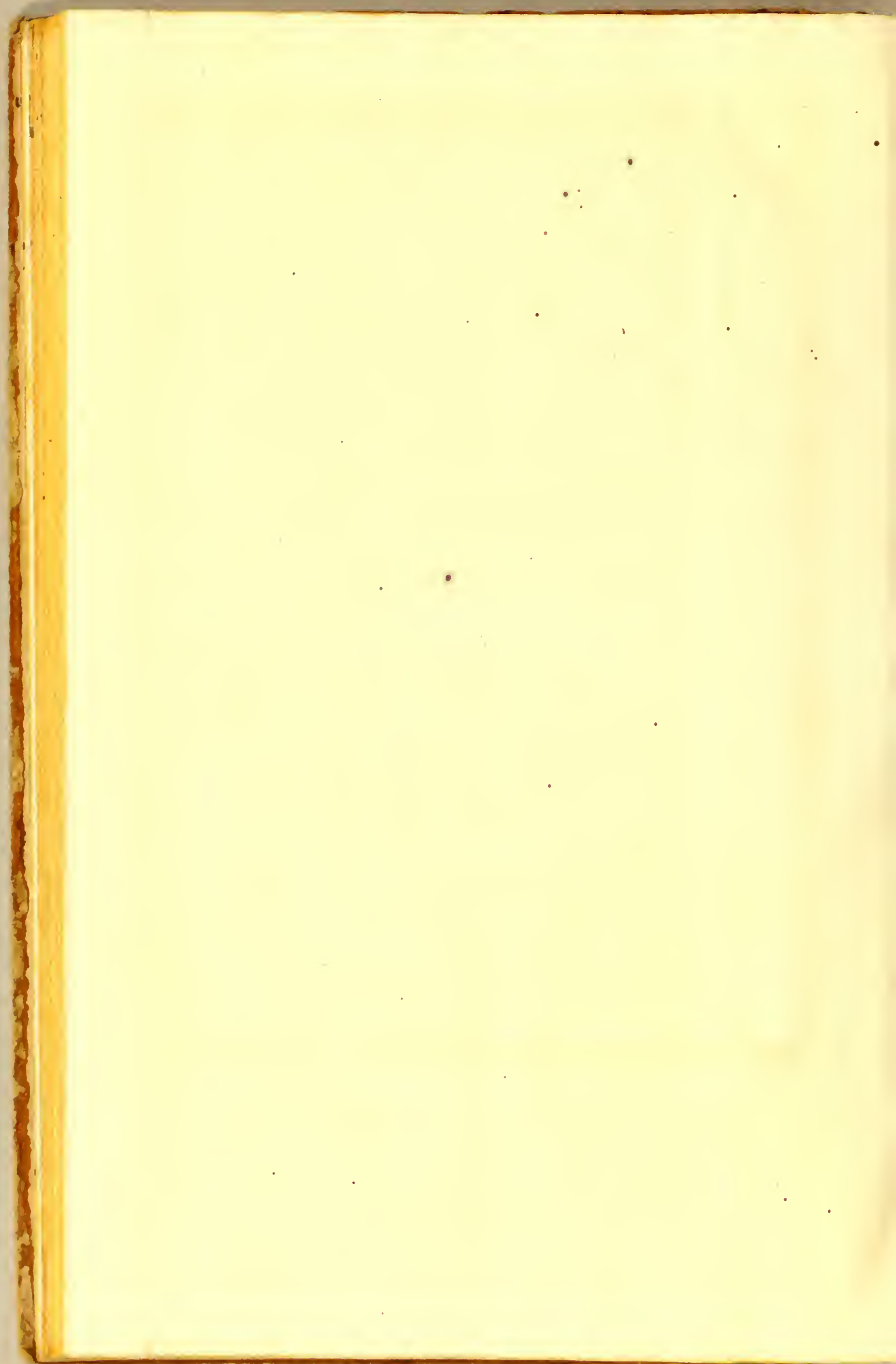
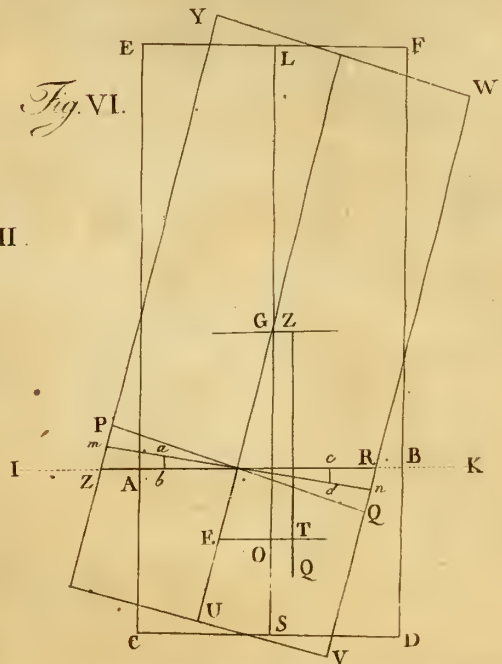
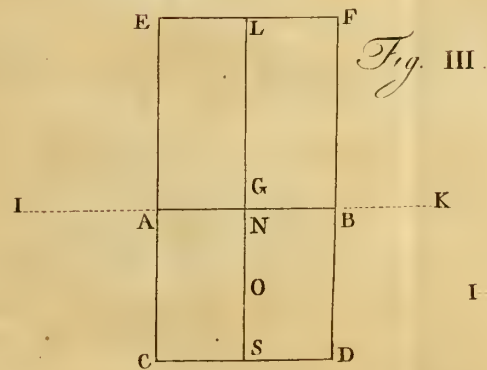
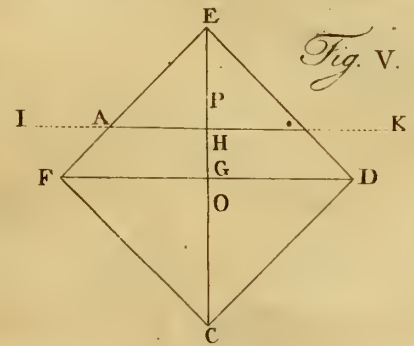
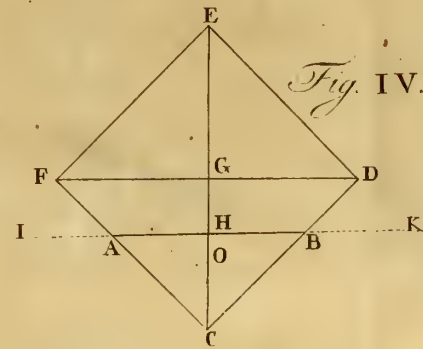
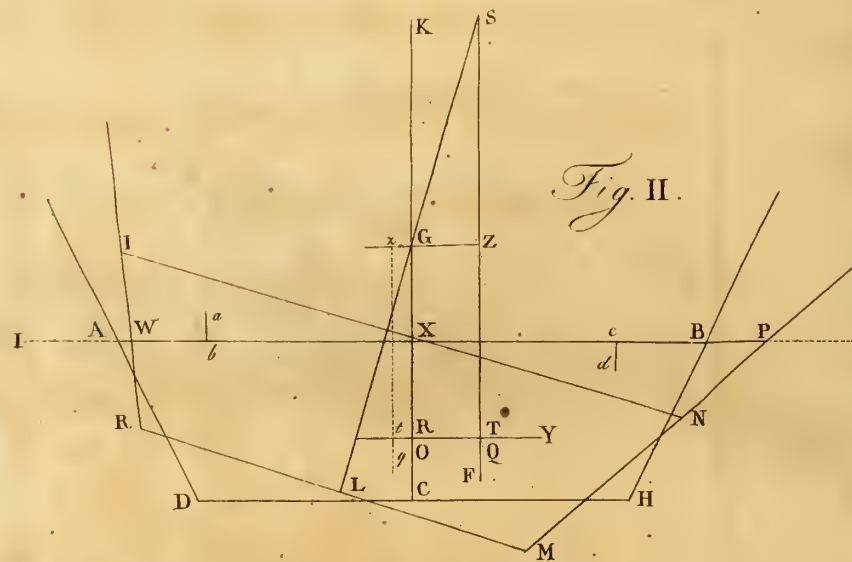
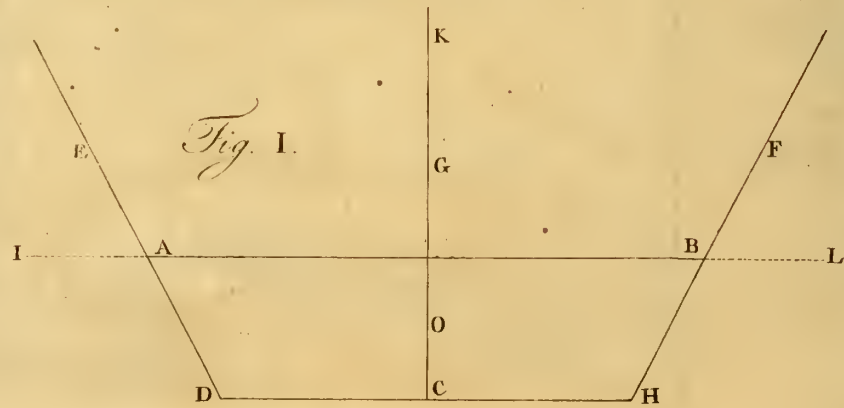
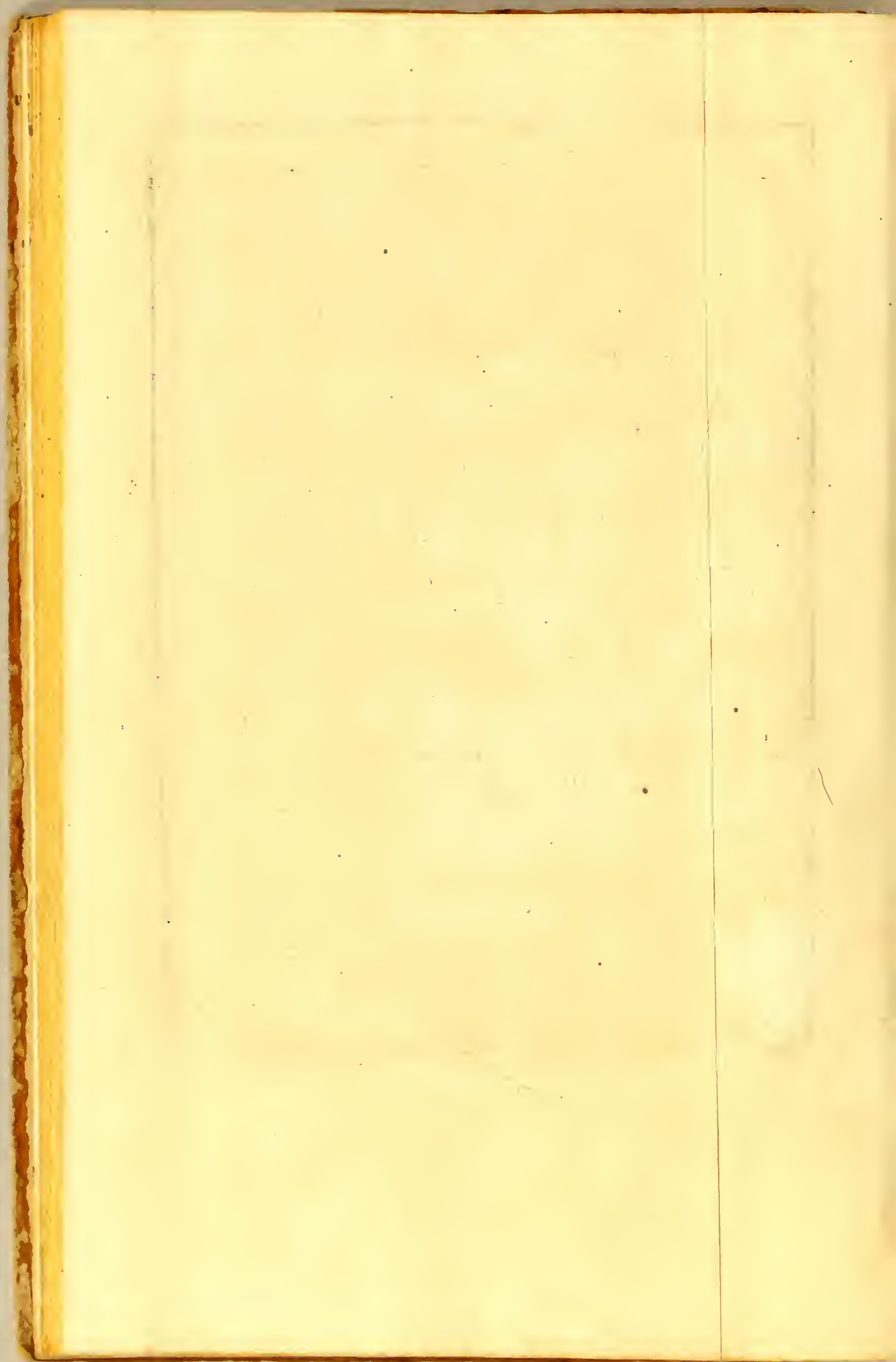
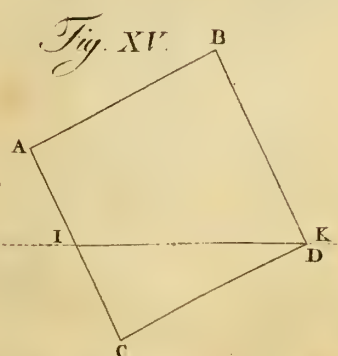
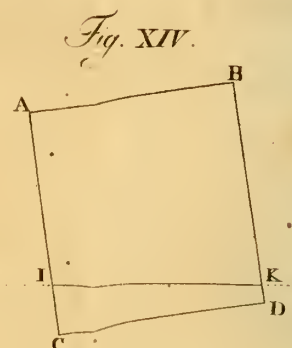
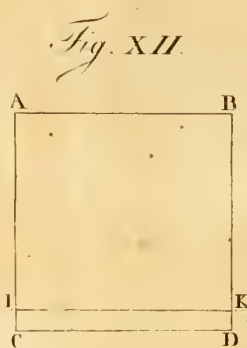
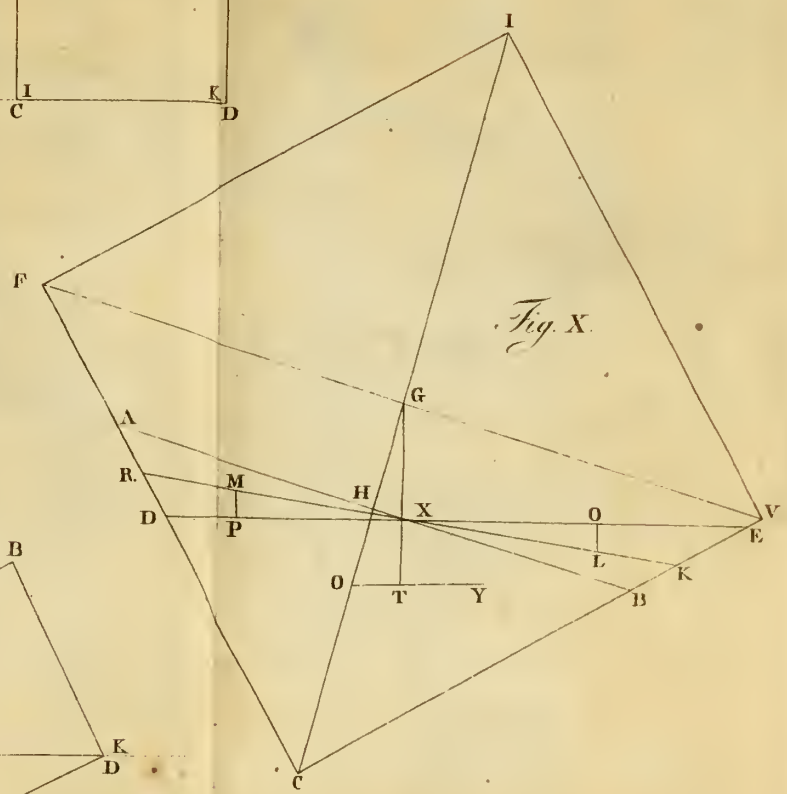
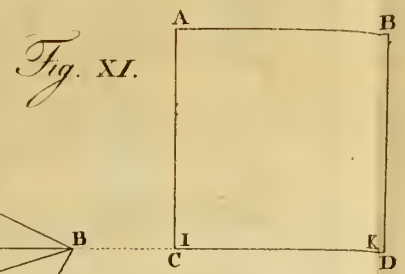
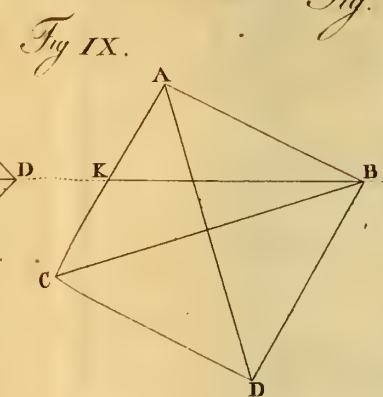
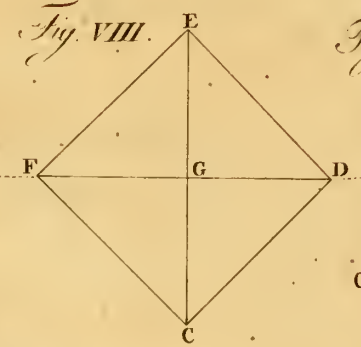
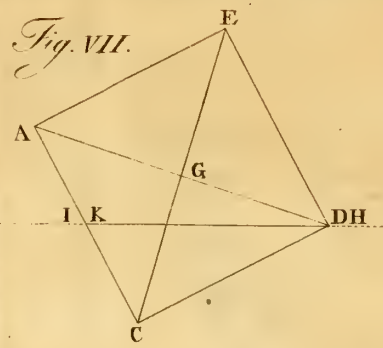
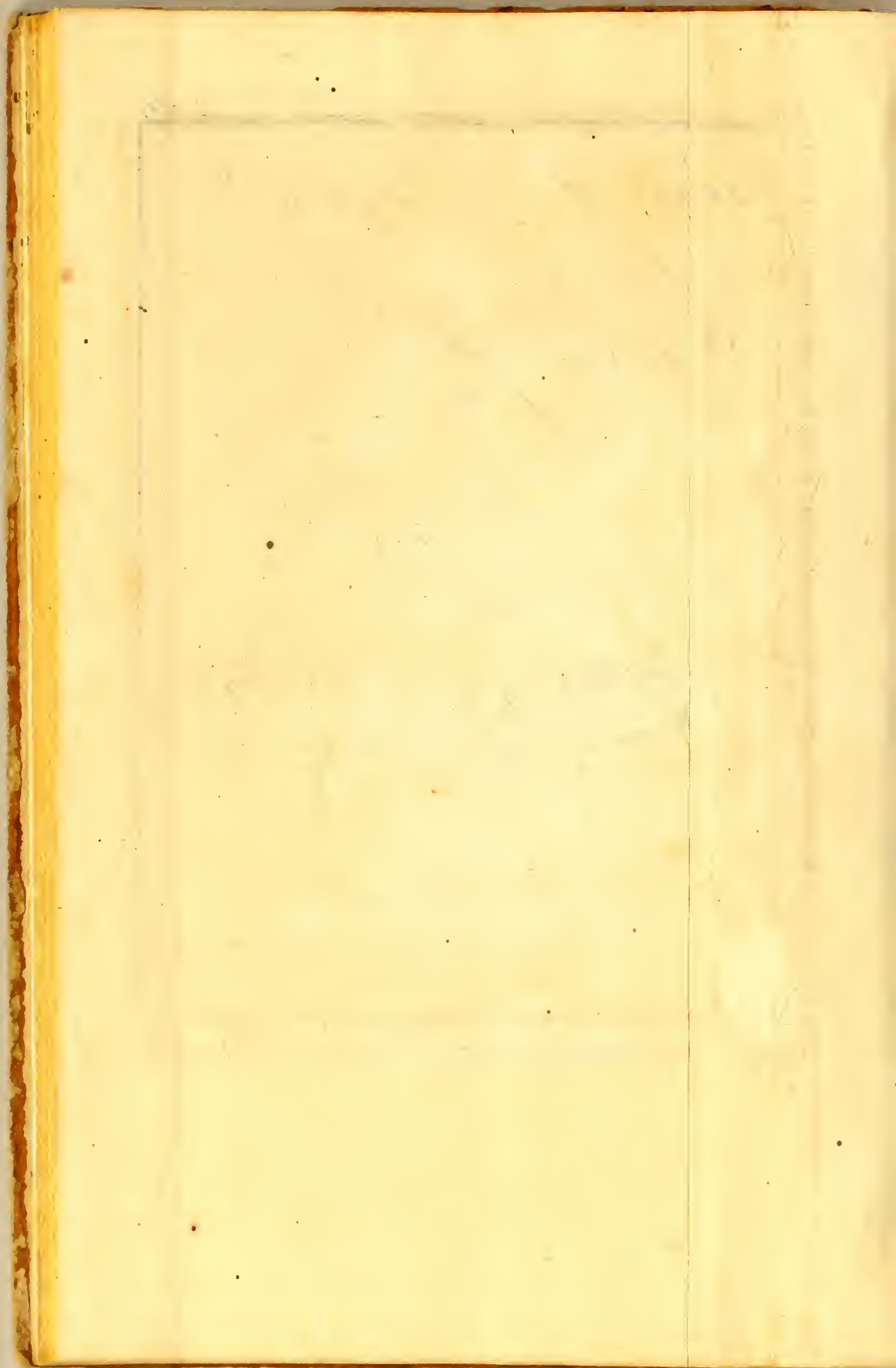
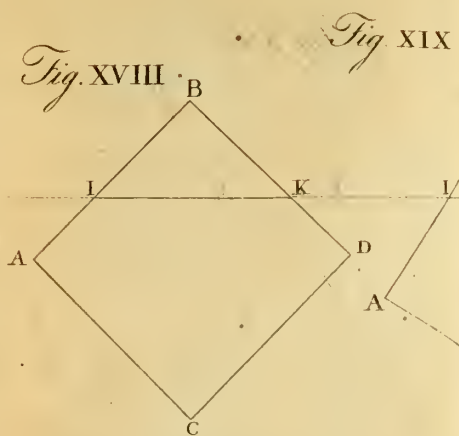
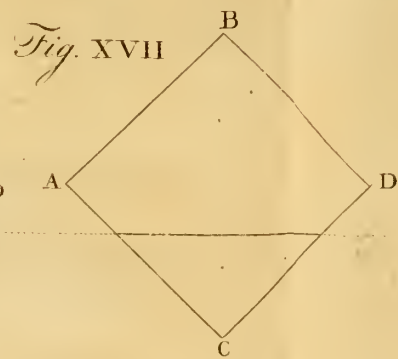
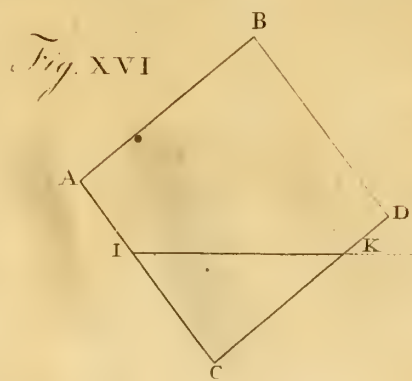
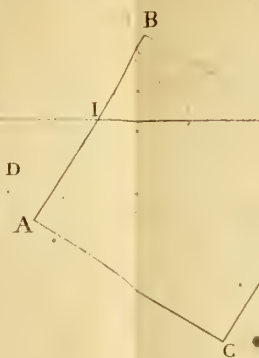
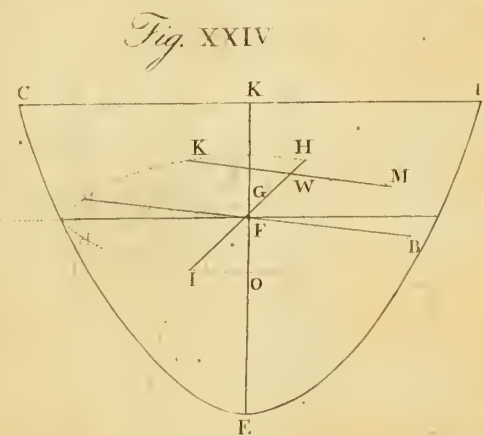
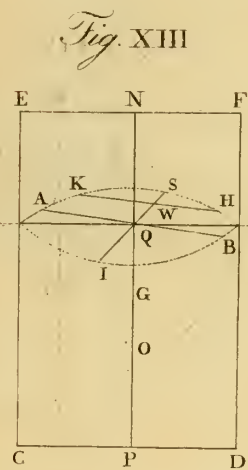
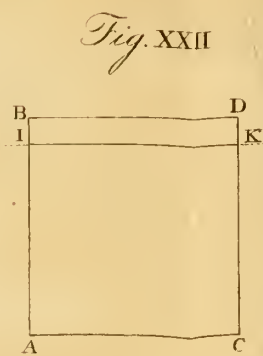
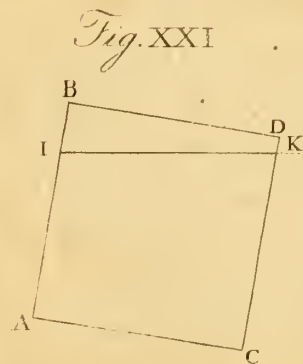
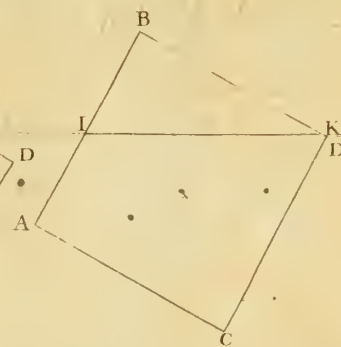
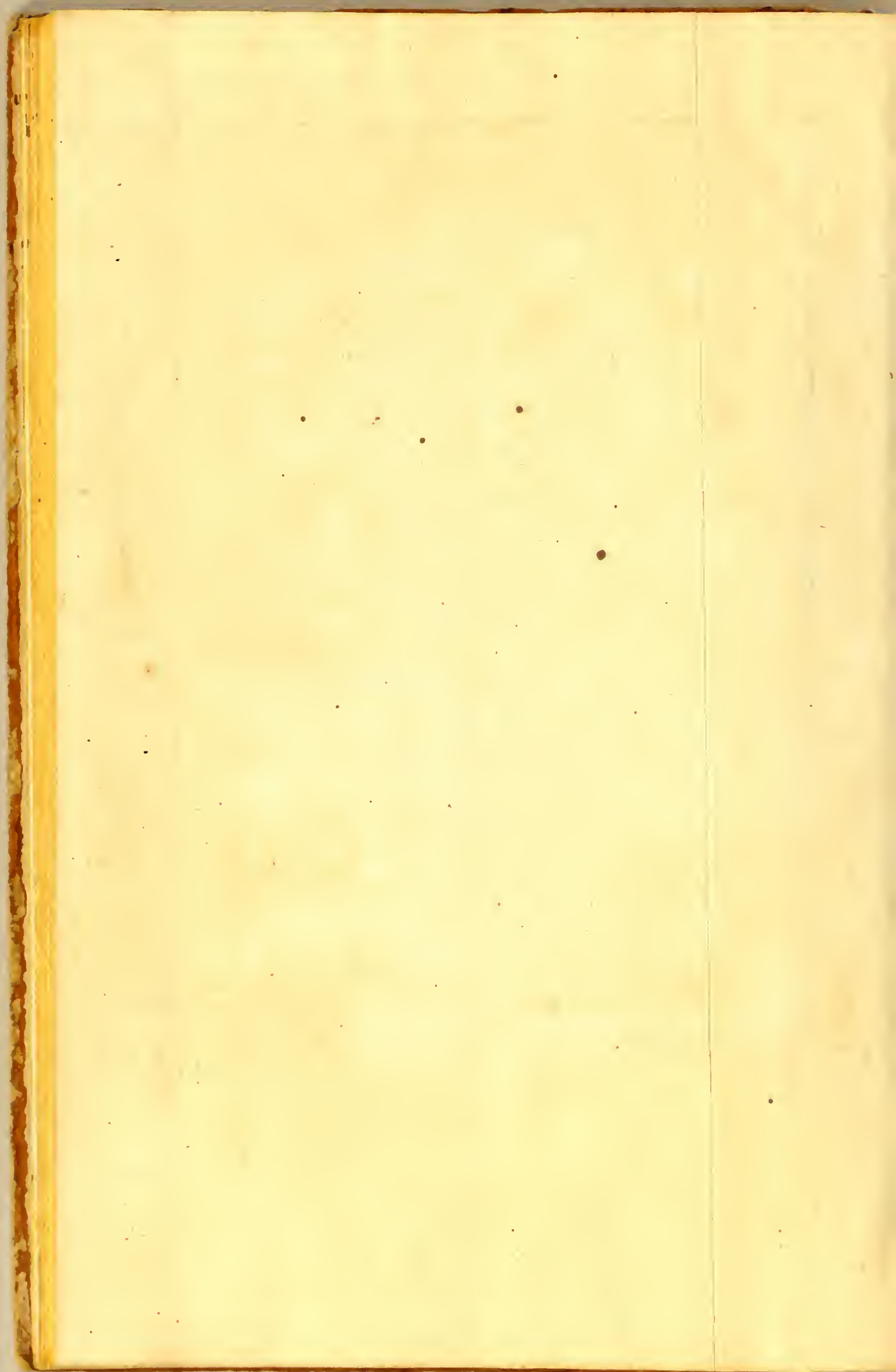
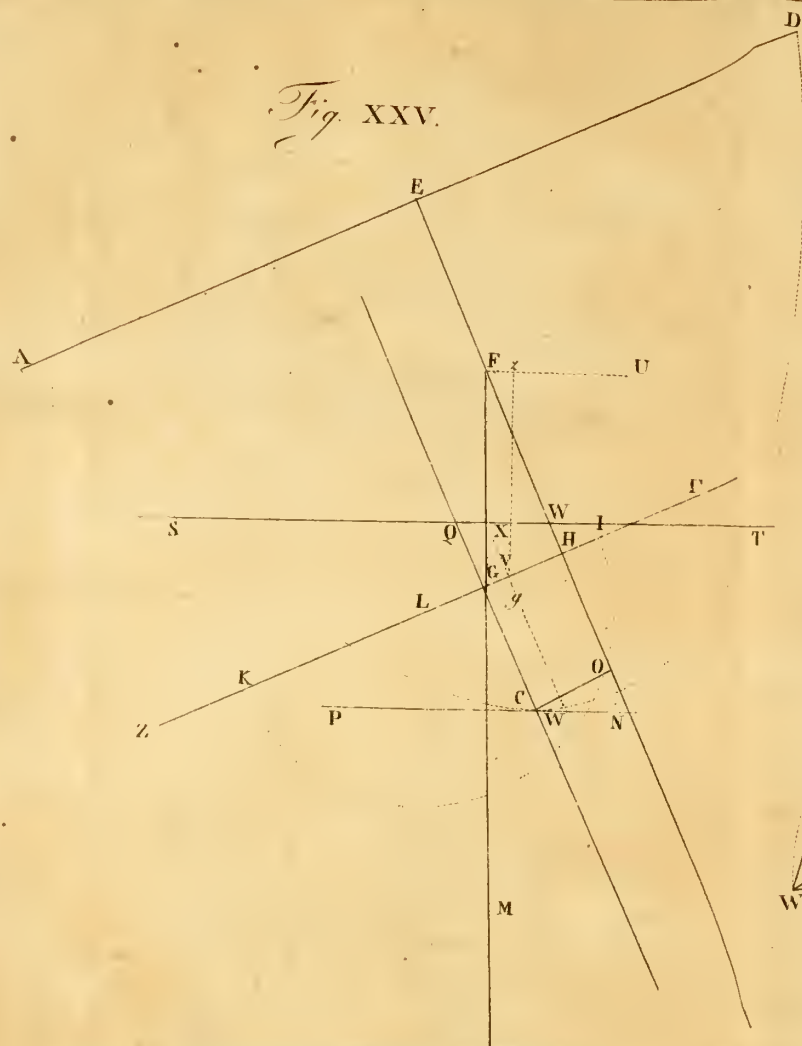
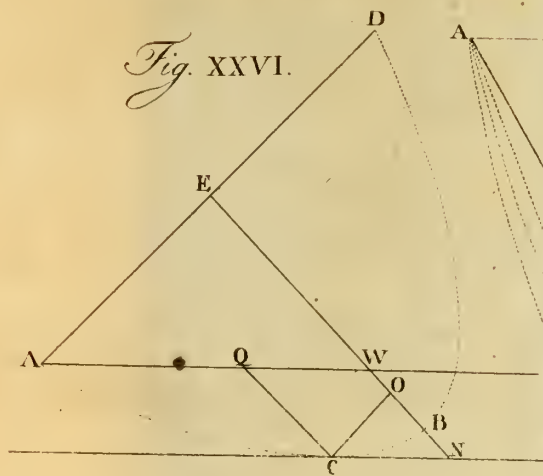
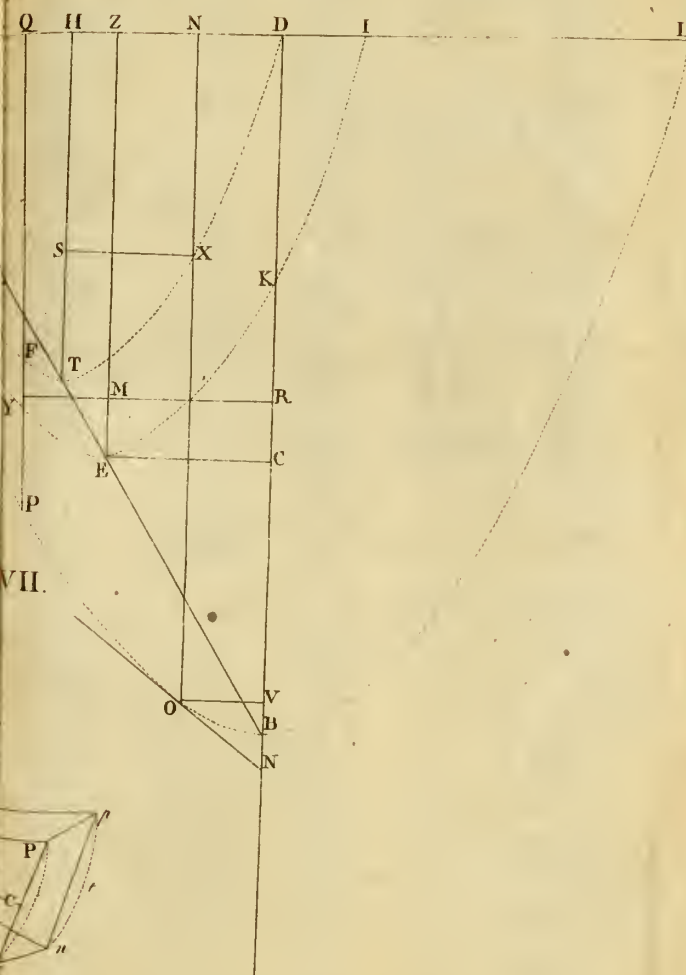
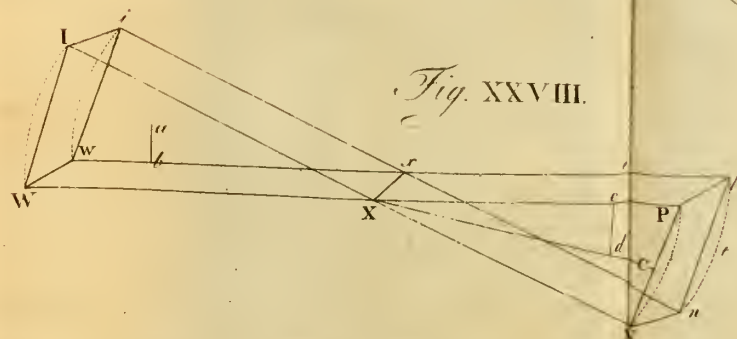
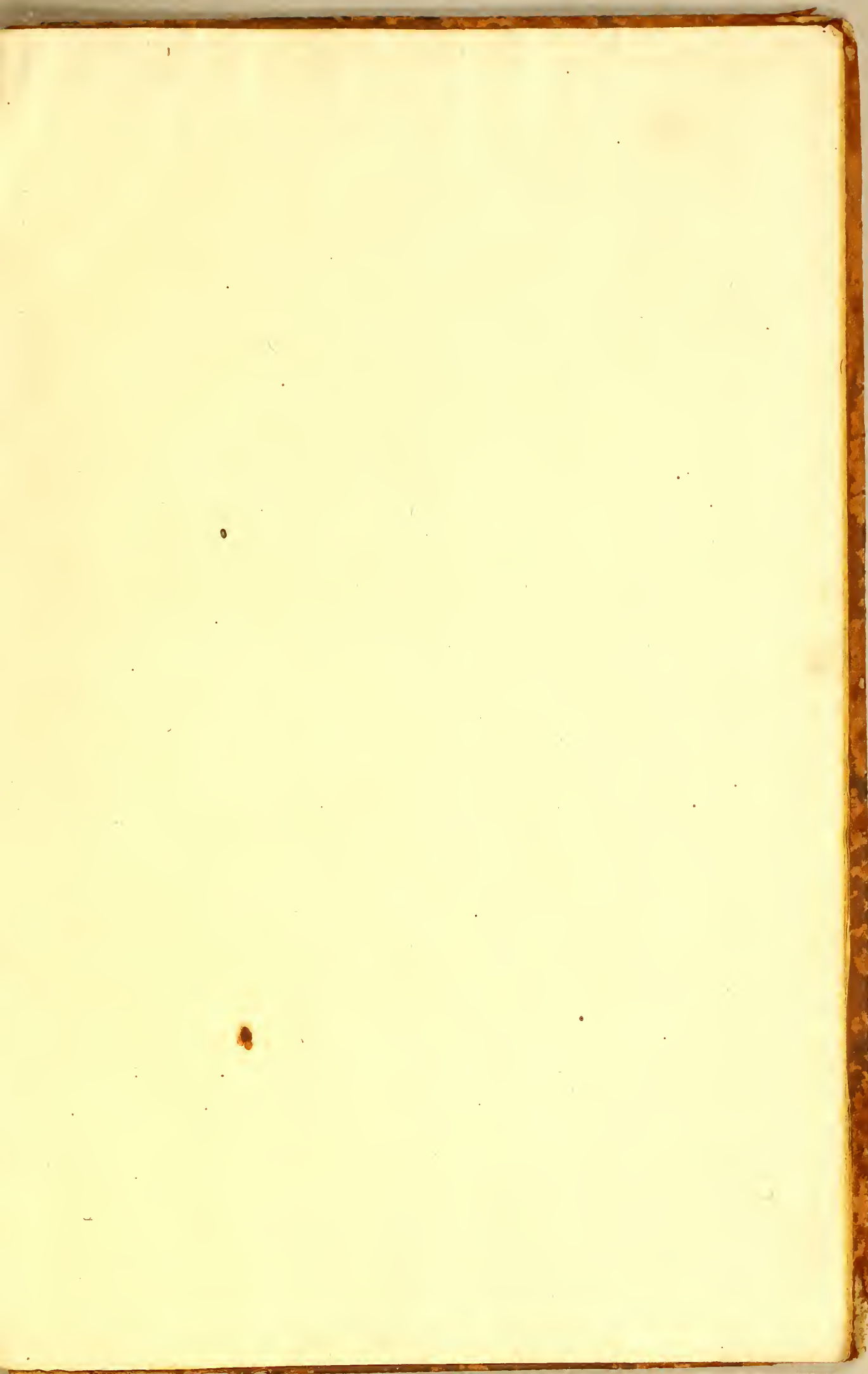



Fig. XVI
Fig. XVII
Fig. XVIII
Fig. XIX
Fig. XX
Fig. XXI
Fig. XXII
Fig. XIII
Fig. XXIV

Est. 4.
Fig. XXV.
Fig. XXVI.
Fig. XXVII.
Fig. XXVIII.

500

Coll. apparently complete: (3 l.), 79 p., (1 blank l.) -
w/4 pls. as called for in Blake I, 293)
AD 1/20/92 10/91

(91)